

**Methoden zur vollständigen Verarbeitung der von
einer Strahlungsstromradiosonde gelieferten Informationen**

**Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Ludwig-Maximilians-Universität München**

**vorgelegt von
Dipl.-Phys. EDGAR NEUBURGER**

München, im Mai 1965

Methoden zur vollständigen Verarbeitung der von einer Strahlungsstromradiosonde gelieferten Informationen

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Ludwig-Maximilians-Universität München



vorgelegt von
Dipl.-Phys. EDGAR NEUBURGER

München, im Mai 1965

Meinen Eltern
in Dankbarkeit gewidmet

Die vorliegende Arbeit wurde angeregt von Herrn Professor Dr. H.G. MÜLLER, dem ich für Förderung und häufige Diskussionen ergebenst danke.

Die experimentellen Arbeiten wurden anfangs beim Deutschen Wetterdienst, Aerologische Station/München-Riem, durchgeführt, deren Leiter damals Herr Prof. Dr. H.G. MÜLLER war. Fortgeführt wurden die Arbeiten bei der Deutschen Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt, Institut für Physik der Atmosphäre, nachdem Herr Prof. Dr. H.G. MÜLLER die Leitung dieses Instituts übernommen hatte. Für viele fachliche Ratschläge bin ich Herrn Dipl.Met. H. FIMPEL zu vorzüglichem Dank verbunden.

Die maschinelle Auswertung der Versuchsergebnisse wurde auf der Datenverarbeitungsanlage 2002 der Siemens & Halske Aktiengesellschaft durchgeführt; die Möglichkeit dazu wurde mir von Herrn Professor Dr. H.F. MAYER, Vorstandsmitglied der Siemens & Halske AG, eingeräumt, dem ich dafür zu großem Dank verpflichtet bin. Herrn Dipl.Math. K. FRÖHR sage ich für seine ständige Hilfsbereitschaft bei der praktischen Arbeit an der Maschine meinen herzlichen Dank. Dem Rechenzentrum der Technischen Hochschule München danke ich für die Möglichkeit, meine Programme in den Räumen des Rechenzentrums schreiben zu können.

Referent: Prof. Dr. H.G. Müller

Korreferent: Prof. Dr. F. Möller

Tag der mündlichen Prüfung: 28. 7. 1965

Diese Arbeit erscheint gleichzeitig als Forschungsbericht der Deutschen
Luft- und Raumfahrt unter der Nummer 66-39.

Methoden zur vollständigen Verarbeitung der von einer Strahlungsstrom-radiosonde gelieferten Informationen

Übersicht

Vorliegende Arbeit befaßt sich mit einem Strahlungsstrommesser, der zum ersten Mal ohne Benutzung von Filtern die vertikalen infraroten Strahlungsströme der Atmosphäre, die Gegenstrahlung und die Ausstrahlung, unmittelbar zu bestimmen gestattet, indem schwer zu bestimmende Wärmeübergänge zur umgebenden Luft explizit durch jeweils vier gleichzeitig bestimmte Wärmeübergangszahlen berücksichtigt werden. Der Hauptbestandteil des Strahlungsstrommessers ist ein Meßfühler aus drei horizontal liegenden Plattenpaaren. Durch Anwendung der um Strahlungs- und Verdunstungsterme erweiterten Fourierschen Wärmeleitungsgleichung konnten die Werte der unbekannten Größen sowie deren mittlere Fehler ermittelt werden. Die Auswertung der gemessenen Werte geschieht mittels einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage. Hierzu wird ein Verfahren angegeben, das einmal, ausgehend von einer Darstellung von Gesetzmäßigkeiten, nach formalen Regeln auf ein Programm führt, wobei Fehler weitgehend vermieden werden, zum andern die Beziehung zwischen der ursprünglichen Darstellung und der Darstellung im Programm festzustellen gestattet. Als Beispiele werden sieben Aufstiege ausgewertet.

Methods for Complete Evaluation of Information Supplied by a Radiation Flux Radioprobe

Summary

The subject of this report is a radiation flux meter which, for the first time, allows direct determination of vertical infrared radiation flux, counter-radiation, and emission without filters in such a manner that heat transfers to ambient air, which are difficult to determine, are explicitly considered by four simultaneously determined heat transfer coefficients each. The chief part of this radiation flux meter is a primary element consisting of three horizontal pairs of plates. The values of unknown quantities and their standard deviation mean errors were obtained by applying FOURIER's heat conduction equations, extended by radiation and evaporation terms. The measured values are analysed by electronic data processing. A procedure is described in which, based on a representation of mathematical interrelations, formal rules result in a program which greatly excludes errors; it also permits to establish the relations between original representation and program representation. Seven ascents serve as examples for analysis.

Gliederung

	Seite
1. Einleitung	7
2. Theorie des Meßfühlers	8
2.1 Beschreibung des Meßfühlers	8
2.11 Überblick über die Versuchsanordnung	8
2.12 Aufbau des Meßfühlers	8
2.2 Überblick über die Theorie des Meßfühlers	10
2.21 Die Energiebilanzgleichung	10
2.22 Anwendung auf den Meßfühler	11
2.221 Die Wärmeübergänge	11
2.222 Die Energiebilanzgleichung eines Plattensystems	14
2.223 Das Energiebilanzgleichungssystem des Meßfühlers	17
2.23 Aufstiege bei klarem Wetter	18
2.231 Das Gleichungssystem I	18
2.232 Die mittleren Fehler des Gleichungssystems I	19
2.24 Möglichkeiten bei Aufstiegen durch Wolken	21
2.25 Störeinflüsse	22
3. Aufbau und Arbeitsweise der Versuchsanordnung	22
3.1 Allgemeines über den Aufbau	22
3.2 Die Geräte	23
3.21 Der Meßfühler	23
3.22 Die Sonde	25
3.23 Die Empfangsgeräte	27
3.3 Die Eichung	28
3.4 Der Aufstieg	29
4. Die Auswertung	32
4.1 Allgemeines zur Auswertung	32
4.11 Sprachliche Übereinkunft	32
4.12 Übersicht über den Gang der Auswertung	33
4.13 Bezeichnung der in der Auswertung vorkommenden Größen	35
4.2 Die Ermittlung der Temperaturen $T_0 \dots T_7$	38
4.21 Die Ermittlung der Temperaturen in mathematischer Darstellung	38
4.211 Die reduzierten Skalenwerte	38
4.212 Die Eichtemperaturen	40
4.213 Die Aufstiegstemperaturen	41
4.214 Die normierten Temperaturen	44

	Seite
4.215 Die zeitlichen Temperaturänderungen	48
4.216 Die Meßfühlerheizung	50
4.217 Die Druck- u. Höhenwerte der Schichten	51
4.22 Die Ermittlung der Temperaturen in operativer Schreibweise	52
4.221 Begründung und Grundsätzliches zur operativen Schreibweise	52
4.222 Die Zeichen und Regeln der operativen Schreibweise	53
4.223 Die Ermittlung der Temperaturen in operativer Schreibweise	58
4.23 Das Blockdiagramm zur Ermittlung der Temperaturen	67
4.231 Regeln für den Übergang von der operativen Schreibweise auf das Blockdiagramm	67
4.3 Das Gleichungssystem I	71
4.31 Die Lösung des Gleichungssystems I in mathematischer Darstellung	71
4.311 Die Auflösung des Gleichungssystems	71
4.312 Die Errechnung der mittleren Fehler	77
4.32 Die Lösung des Gleichungssystems I in operativer Schreibweise	79
5. Experimentelle Ergebnisse	90
5.1 Vorbemerkung	90
5.2 Die Ergebnisse	90
5.21 Allgemeines zur Darstellung der einzelnen Größen	90
5.22 Darstellung der Ergebnisse des Aufstiegs Nr. 3 vom 1.10.1962	91
5.23 Die übrigen Aufstiege in zeitlicher Reihenfolge	95
5.231 Aufstieg Nr. 1 vom 20.6.1961	95
5.232 Aufstieg Nr. 2 vom 13.6.1962	97
5.233 Aufstieg Nr. 4 vom 22.10.1962	97
5.234 Aufstieg Nr. 5 vom 3.12.1962	97
5.235 Aufstieg Nr. 6 vom 1.7.1963	101
5.236 Aufstieg Nr. 7 vom 9.10.1963	101
5.3 Diskussion der Ergebnisse	104
5.31 Allgemeines	104
5.32 Die Gegenstrahlung, die Ausstrahlung und die Strahlungsbilanz	105
5.33 Sonstige Größen	107
5.4 Ausblick auf die Strahlungsmessung bei Vorhandensein von Wolken	108
6. Schlußbetrachtungen	110
7. Schrifttum	113

1. Einleitung

Bei der Energieumsetzung in der Atmosphäre, sowohl in der Troposphäre als auch besonders in der Stratosphäre, spielt die Strahlung eine bedeutsame Rolle. Der gemäß dem Planckschen Strahlungsgesetz hierbei wesentliche Temperaturstrahlungsbereich umfaßt etwa die Wellenlängen von $4 - 100 \mu$. Mit diesem Bereich befaßt sich die vorliegende Arbeit.

Wird in die den Raum nach allen Richtungen diffus durchsetzende Strahlung eine waagrechte Kontrollfläche gebracht, so fällt auf die obere Seite dieser Fläche die aus dem oberen Halbraum stammende Strahlung, die Gegenstrahlung G , und auf die untere Seite dieser Fläche die aus dem unteren Halbraum stammende Strahlung, die Ausstrahlung A . Die Differenz beider Größen, $A - G$, ergibt als Saldo die Strahlung durch die Kontrollfläche insgesamt, die Strahlungsbilanz S . Aufgabe dieser Arbeit ist es nun, ein Verfahren zu entwickeln, das gestattet, durch unmittelbare Messung in der freien Atmosphäre die Größen G , A und damit auch S zu bestimmen sowie auch Angaben über die Größe der dabei auftretenden Fehler zu machen.

Ausgangspunkt war der bewährte Strahlungsbilanzmesser von MÜLLER und POHL (vgl. [MÜLLER], [MÜLLER 1], [POHL]), mit dem zum ersten Mal die Strahlungsbilanz S unmittelbar in der freien Atmosphäre mittels Aufstiegen von Radiosondenballonen bestimmt wurde. Den zwei geschwärzten Platten dieses Strahlungsbilanzmessers wurde eine dritte, vergoldete Platte hinzugefügt. Auf diese Weise gelang es, genügend Meßwerte zur Bestimmung der Größen G , A und S zu bekommen, wie in den folgenden Absätzen gezeigt werden soll.

Die theoretischen Grundlagen der Strahlung in der Atmosphäre werden im Rahmen dieser Arbeit nicht behandelt; sie sind von MÖLLER eingehend dargestellt worden (vgl. [MÖLLER]). In Absatz 2 wird die Theorie des dreiplattigen Strahlungsstrommessers, im folgenden kurz Meßfühler genannt, entwickelt; in Absatz 3 wird seine technische Relation vorgeführt; in Absatz 4 wird ausführlich die mathematische und praktische Auswertung der bei der Messung erhaltenen Ergebnisse mittels elektronischer Datenverarbeitungsanlagen besprochen, während Absatz 5 die Ergebnisse von sieben durchgeführten Aufstiegen als Beispiele bringt; in Absatz 6 schließen sich einige Schlußbetrachtungen an.

2. Theorie des Meßfühlers

2.1 Beschreibung des Meßfühlers

2.11 Überblick über die Versuchsanordnung

Die Infrarotstrahlung der Erdatmosphäre, aufgeteilt in die nach oben gerichtete Komponente A und die nach unten gerichtete Komponente G, soll unmittelbar gemessen werden. Dazu lassen wir als Meßinstrument einen Meßfühler an einem Radiosondenballon aufsteigen. Diese Anordnung durchfliegt in nicht zu schnellem Tempo die Atmosphäre, so daß auf einem Weg von etwa 500 m eine Meßreihe, die zur Ermittlung der Größen A und G in diesem Raum dient, mittels einer Radiosonde übermittelt werden kann. Der apparative Aufbau der gesamten Versuchsanordnung wird in Absatz 3 besprochen. Hier soll die Theorie des Meßfühlers entwickelt werden, wozu eine kurze Beschreibung seines prinzipiellen Aufbaus notwendig ist.

2.12 Aufbau des Meßfühlers

Der Meßfühler besteht im wesentlichen aus 3 parallelen, gleich gebauten Plattensystemen, deren Aufbau wir nun beschreiben wollen.

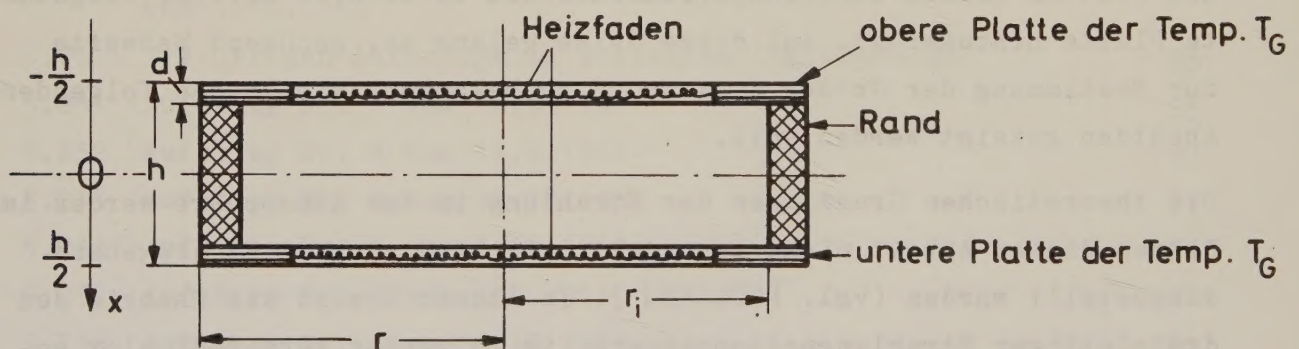


Abb. 1

Das Plattensystem besteht aus 4 Teilen: der oberen Platte mit der auf Grund ihrer hohen Leitfähigkeit einheitlichen Temperatur T_G , der unteren Platte mit der einheitlichen Temperatur T_A , dem Rand mit der über seine Dicke gemittelten Temperatur $T(x)$ und dem Innern des Plattensystems, dessen Luftdichte der äußeren Luftdichte entspricht.

Jede Platte trägt in ihrem Innern einen Heizfaden gleicher Dimensionierung, der nach Belieben geheizt werden kann.

Je 3 Plattensysteme sind zu einem Meßfühler zusammengefaßt in folgender Anordnung:

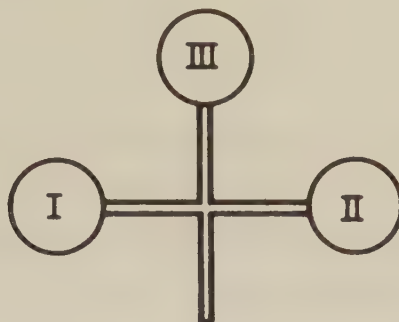


Abb. 2

Die Plattensysteme I und II stimmen miteinander überein, ihre Oberflächen sind im Gegensatz zum Plattensystem III schwarz lackiert, ihr Absorptionskoeffizient im Ultrarotgebiet a_1 liegt nahe bei 1. Die Platten des Plattensystems III sind mit einem Goldüberzug versehen, dessen Absorptionskoeffizient a_2 nahe bei 0 liegt; ansonsten stimmen sie mit den beiden anderen Systemen überein.

Die Temperaturen der Platten werden bezeichnet:

Plattensystem I:	obere Platte:	T_1
	untere Platte:	T_2
Plattensystem II:	obere Platte:	T_3
	untere Platte:	T_4
Plattensystem III:	obere Platte:	T_5
	untere Platte:	T_6

Als Meßgrößen werden sie und die Lufttemperatur T_0 bei der Entwicklung der Theorie als bekannt vorausgesetzt.

Da der Strahlungsstrom von unten, die Ausstrahlung A , und der Strahlungsstrom von oben, die Gegenstrahlung G , für die 3 Plattensysteme die gleichen sind, hat man unterschiedliche Platten der Plattensysteme I und II zu heizen, da sie sonst übereinstimmende Temperaturen zeigten. Bei den hier gebrachten Aufstiegen wurden vom Plattensystem I die obere Platte mit der Temperatur T_1 und vom Plattensystem II die untere Platte mit der Temperatur T_4 geheizt. Das läuft auf eine reine Bezeichnungsweise hinaus (wir nennen die Temperatur der oberen geheizten Platte T_1 usw.); wesentlich ist, daß bei einem der beiden Plattensysteme I

und II die obere, beim andern die untere Platte geheizt wird.

Vom Plattensystem III wurde im allgemeinen, weil sich dadurch größere Temperaturunterschiede $T_6 - T_5$ ergeben, die untere Platte mit der Temperatur T_6 geheizt, in einem Fall (bei GS 1) jedoch die obere Platte mit der Temperatur T_5 . Die Theorie wird hier entwickelt für den ersten Fall, die Änderungen für den zweiten Fall werden angegeben.

Betrachtet man nun jede Platte für sich und stellt deren Energiebilanzgleichung auf, dann erhält man 6 Gleichungen, aus denen man, wie im folgenden gezeigt werden soll, die Größen A und G und damit auch die Strahlungsbilanz $S = A - G$ bestimmen kann.

2.2 Überblick über die Theorie des Meßfühlers

2.21 Die Energiebilanzgleichung

Für die Energiebilanzgleichung eines abgeschlossenen Körpers des Volumens V und der Oberfläche Of gilt (in Vektorschreibweise; df wird hier als nach innen gerichtet betrachtet):

$$(1) \oint_{Of} \vec{S} \cdot d\vec{f} - \oint_{Of} \lambda \operatorname{grad} T \cdot d\vec{f} + \int_V q dV - \oint_{Of} r_s D \operatorname{grad} k \cdot d\vec{f} + \oint_{Of} r_s k \vec{w} \cdot d\vec{f} - \int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV = 0$$

Gl.(1) stellt die um die Strahlungs- und Verdunstungsübergänge erweiterte Fouriersche Wärmeleitungsgleichung in Integraldarstellung dar.

Es bedeuten:

- $\vec{S}$ die Differenz zwischen absorbiertem Einstrahlungsdichte und Ausstrahlungsdichte an der Stelle f, über den Raumwinkel 2π betrachtet,
- T die skalare Ortsfunktion der Temperatur,
- λ das Wärmeleitvermögen der an die Oberfläche Of angrenzenden Schicht,
- q die Quelldichte der Wärme in V,
- r_s die spezifische Verdunstungswärme von Wasser,
- D der Diffusionskoeffizient an der Oberfläche Of,
- k die skalare Ortsfunktion der Wasserdampfkonzentration,
- $\vec{w}$ die Geschwindigkeit der konvektiven Verdrängungsströmung,

- ρ die Dichte des Körpers,
 c die spezifische Wärme des Körpers.

Wir berücksichtigen also die Wärmeübergänge durch Strahlung, Wärmeleitung, Diffusion und Konvektion.

Wir wenden nun Gl.(1) sowohl auf die obere als auch auf die untere Platte eines Plattensystems an. Zuvor noch einige Feststellungen:

Die Fläche einer Platte sei mit F bezeichnet; damit beträgt die Oberfläche einer Platte $2F$.

Es wird eine waagrechte Lage des Systems angenommen: Die Platten liegen horizontal, der Rand vertikal. Die unvermeidlichen Störeffekte durch das Pendeln der Geräte während des Aufstiegs werden in Absatz 2.25 besprochen.

Als Abkürzung für Temperaturdifferenzen wollen wir vereinbaren:

$$T_{\mu} - T_{\nu} = \Delta_{\mu\nu}$$

Im folgenden Absatz wird die Energiebilanzgleichung (1) auf Grund sehr allgemeiner Voraussetzungen auf die Plattensysteme des Meßfühlers spezialisiert. Dadurch läßt sich ein Gleichungssystem aufstellen, aus dem die Größen A und G ermittelt werden können, jedoch läßt sich nichts über den Bereich der Gültigkeit dieses Gleichungssystems sagen. Die in Absatz 2.3 durchgeführte ausführliche Untersuchung, die allerdings wegen ihres Umfangs nicht im Druck erscheint, führt zu demselben Gleichungssystem wie in Abs. 2.22, läßt jedoch zusätzlich noch erkennen, daß die Verhältnisse während eines Aufstiegs die Anwendung dieses Gleichungssystems rechtfertigen.

2.22 Anwendung auf den Meßfühler

2.221 Die Wärmeübergänge

Bevor wir die Energiebilanzgleichung (1) von Abs. 2.21 auf ein Plattensystem des Meßfühlers anwenden, betrachten wir die Wärmeübergänge einer Platte, und zwar einmal den Wärmeübergang durch Strahlungsaustausch zwischen dem Meßfühler und dem ihn umgebenden Raum und zum anderen den Wärmeübergang durch Wärmeleitung, Strahlungsaustausch im Innern des Meßfühlers und Verdunstung.

Für die obere Platte ist der äußere Strahlungsaustausch durch die Ge-

genstrahlung G und die Ausstrahlung der Platte in den oberen Halbraum bestimmt. Sei a der Absorptionskoeffizient der Plattenoberfläche und σ die Stefan-Boltzmannsche Konstante, so ergibt sich für den äußeren Strahlungsaustausch der oberen Platte:

$$F \cdot a \cdot G - F \cdot a \cdot \sigma T_G^4$$

Auf dieselbe Weise wird der äußere Strahlungsaustausch der unteren Platte dargestellt durch:

$$F \cdot a \cdot A - F \cdot a \cdot \sigma T_A^4 ,$$

wobei A die uns interessierende Ausstrahlung A ist.

Wir betrachten nun den Wärmeübergang einer Platte des Plattensystems durch Wärmeleitung, Strahlungsaustausch im Innern und Verdunstung. Dieser Wärmeübergang ist abhängig von den drei Temperaturen T_A , T_G und T_O und noch von weiteren Parametern, wie z.B. der Luftdichte, der Wind- und Aufstiegs geschwindigkeit usw., also, kurz gesagt, von der Gesamtheit der Umwelteinflüsse, die jedoch - und das ist wesentlich - für die 3 Plattensysteme des Meßfühlers zur gleichen Zeit dieselben sind. Wir wollen diese Gesamtheit der Umwelteinflüsse in dem Vektor

$$\mathcal{Y} = \{p_1, p_2, \dots\} \text{ zusammenfassen.}$$

Demnach läßt sich der Wärmeübergang der oberen Platte von der Temperatur T_G beschreiben durch eine Funktion

$$P_G(T_A, T_G, T_O; \mathcal{Y})$$

und der Wärmeübergang der unteren Platte von der Temperatur T_A durch eine Funktion

$$P_A(T_A, T_G, T_O; \mathcal{Y}).$$

Können wir von einem Wärmeübergang durch Verdunstung absehen, wie generell bei P_A , so findet bei Temperaturgleichgewicht, also wenn

$$T_A = T_G = T_O$$

ist, kein Wärmeübergang der betrachteten Art statt; wir erhalten also:

$$P_A(T_0, T_0, T_0; \varphi) = 0.$$

Ist eine feuchte Oberfläche vorhanden, dann findet, wenn die relative Feuchtigkeit der Luft kleiner als 100 % ist, auch bei Temperaturgleichheit ein Wärmeübergang statt:

$$P_G(T_0, T_0, T_0; \varphi) = -W \quad F$$

W stellt demnach den Wärmeübergang pro Flächeneinheit durch Verdunstung bei Temperaturgleichgewicht dar. Liegt keine Verdunstung vor, so ist $W = 0$.

Als zweites setzen wir voraus, daß die Funktion P_A die Wärmeübergänge sämtlicher drei unteren Platten und die Funktion P_G die Wärmeübergänge sämtlicher drei oberen Platten beschreibt. Wir können dies, weil die Plattensysteme des Meßfühlers auf Grund ihrer Konstruktion und Bauart miteinander vertauschbar sind, d.h., daß - gleichgültig, welches Plattensystem wir betrachten - bei gleichen Umwelts- und Temperaturzuständen gleiche Wärmeübergänge stattfinden. Diese Vertauschbarkeit der Plattensysteme ist in der Tat die tragende Voraussetzung des ganzen Meßverfahrens.

Während die ersten beiden Feststellungen über die Funktionen P_A und P_G auf grundsätzlichen Erwägungen beruhen, trifft die dritte die praktische Seite bzw. den Gültigkeitsbereich dieses Meßverfahrens. Da wir die Funktionen P_A und P_G nicht kennen, sind wir gezwungen, wie bei der Erstellung des Hookeschen Gesetzes in der Mechanik zu verfahren: Wir nehmen an, daß wir in der Entwicklung der Funktionen P_A und P_G an der Stelle $T_A = T_0$, $T_G = T_0$, T_0 die Reihe nach dem zweiten Glied abbrechen können. Dies ist bei vorgegebener Genauigkeit immer möglich für hinreichend kleine $\Delta_{A0} = T_A - T_0$ und $\Delta_{G0} = T_G - T_0$. Wir nehmen also an, daß die Funktionen P_A und P_G genügend linear sind, so daß die Δ_{A0} und Δ_{G0} , die während eines Aufstieges gemessen werden, innerhalb eines Bereiches liegen, der eine zufriedenstellende Genauigkeit garantiert. Allerdings läßt die hier vorgeführte Betrachtung keine Aussage darüber zu, ob dies tatsächlich der Fall ist; jedoch zeigt eine genauere Untersuchung, wie sie in Abs. 2.3, der allerdings nicht im Druck erscheint, durchgeführt wird, daß die während eines Aufstieges auftretenden Temperaturen und Temperaturdifferenzen die hier zu Grunde gelegte Annahme durchaus rechtfertigen.

Wir erhalten:

$$(3) \quad P_A(T_A, T_G, T_O; \mathcal{F}) = \left. \frac{\partial P_A}{\partial T_A} \right|_0 \Delta_{AO} + \left. \frac{\partial P_A}{\partial T_G} \right|_0 \Delta_{GO}$$

$$(4) \quad P_G(T_A, T_G, T_O; \mathcal{F}) = \left. \frac{\partial P_G}{\partial T_A} \right|_0 \Delta_{AO} + \left. \frac{\partial P_G}{\partial T_G} \right|_0 \Delta_{GO} - W \cdot F$$

2.222 Die Energiebilanzgleichung eines Plattensystems

Wir spezialisieren die Energiebilanzgleichung (1) von Abs. 2.21 auf die obere geheizte Platte eines Plattensystems.

Für die Terme, die den Wärmeübergang beschreiben, erhalten wir gemäß Gl.(1) und (4) von Abs. 2.221:

$$(1) \quad \oint_{Of} \vec{S} \cdot d\vec{f} - \oint_{Of} \lambda \text{ grad } T \cdot d\vec{f} - \oint_{Of} r_s \cdot D \text{ grad } k \cdot d\vec{f} + \oint_{Of} r_s k \omega \cdot d\vec{f} \\ = F \cdot aG - F \cdot a\sigma T_G^4 + \left. \frac{\partial P_G}{\partial T_A} \right|_0 \Delta_{AO} + \left. \frac{\partial P_G}{\partial T_G} \right|_0 \Delta_{GO} - W \cdot F.$$

Der Wärmequellenterm der Gl.2.21(1) läßt sich schreiben:

$$(2) \quad \int_V q \, dV = F \cdot H.$$

Es bedeutet:

$$(3) \quad H = \frac{R \cdot J^2}{F},$$

wobei R der Ohmsche Widerstand des in jede Platte eingebauten Heizdrahtes und I der durch ihn fließende Strom ist. H ist über die Zeit des Aufstiegs eine Konstante, deren Wert unmittelbar vor dem Aufstieg be-

stimmt wird.

Für den Trägheitsterm der Gl.2.21(1) gilt:

$$(4) \quad - \int_V \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV = - F \cdot \frac{\partial T_G}{\partial t} \cdot \frac{1}{F} \int_V \rho c dV = - F \cdot \gamma \frac{\partial T_G}{\partial t} ,$$

wobei sich γ aus der Geometrie und den Materialkonstanten des hier verwendeten Meßfühlers zu $0,052 \text{ cal cm}^{-2} \text{ grad}^{-1}$ ergibt.

Somit erhalten wir als Energiebilanzgleichung der oberen geheizten Platte, wenn wir die Gleichung noch durch F teilen:

$$a_G - a \sigma T_G^4 + \frac{1}{F} \frac{\partial P_G}{\partial T_A} \Delta_{AO} + \frac{1}{F} \frac{\partial P_G}{\partial T_G} \Delta_{GO} - \gamma \frac{\partial T_G}{\partial t} = 0$$

Wir spezialisieren nun Gl.2.21(1) auf die untere ungeheizte Platte eines Plattensystems und erhalten auf die gleiche Weise wie eben:

$$a_A - a \sigma T_A^4 + \frac{1}{F} \frac{\partial P_A}{\partial T_A} \Delta_{AO} + \frac{1}{F} \frac{\partial P_A}{\partial T_G} \Delta_{GO} - \gamma \frac{\partial T_A}{\partial t} = 0$$

Beachten wir

$$\Delta_{AG} = \Delta_{AO} - \Delta_{GO}$$

und setzen wir

$$\alpha_G = - \frac{1}{F} \left(\frac{\partial P_G}{\partial T_A} + \frac{\partial P_G}{\partial T_G} \right)$$

$$\alpha_A = - \frac{1}{F} \left(\frac{\partial P_A}{\partial T_A} + \frac{\partial P_A}{\partial T_G} \right)$$

$$\beta = \frac{1}{2F} \left(\frac{\partial P_A}{\partial T_G} + \frac{\partial P_G}{\partial T_A} \right)$$

$$\zeta = \frac{1}{2F} \left(\frac{\partial P_A}{\partial T_G} - \frac{\partial P_G}{\partial T_A} \right)$$

so erhalten wir aus den Gleichungen (5) und (6) die Gleichungen:

$$(7) \quad a_G - a\sigma T_G^4 - \alpha_G \Delta_{GO} + \beta \Delta_{AG} - \zeta \Delta_{AG} - W + H - \gamma \frac{\partial T_G}{\partial t} = 0$$

$$(8) \quad a_A - a\sigma T_A^4 - \alpha_A \Delta_{AO} - \beta \Delta_{AG} - \zeta \Delta_{AG} - \gamma \frac{\partial T_A}{\partial t} = 0$$

In Gl.(7) und (8) sind die Ausdrücke a_G , a_A , $a\sigma T_G^4$, $a\sigma T_A^4$, H , W und $\gamma \frac{\partial T}{\partial t}$ einfach zu interpretieren. Die Größen α_A , α_G und β lassen sich als Wärmeübergangszahlen Platte-Luft bzw. Platte-Platte deuten. Die Größe ζ hat ihre Ursache einmal in der Unsymmetrie des oberen und unteren β (vgl. auch die Definitionen von β_A und β_G in Abs. 2.312), zum andern darin, daß wir rein äußerlich die Energiebilanzgleichung in die Form (7) bzw. (8) gepreßt haben, z.B., daß wir Anteile, die sich bezüglich der oberen Platte als proportional zu Δ_{AO} ergeben, auf die Anteile verteilten, die proportional zu Δ_{GO} und Δ_{AG} sind.

Von den in Gl.(7) und (8) auftretenden Größen sind die Werte von a , σ , γ und H schon vor dem Aufstieg bekannt; die Temperaturen und damit auch ihre Differenzen und zeitlichen Ableitungen sind durch die Messungen während des Aufstiegs bestimmt, so daß auch sie nach dem Aufstieg als bekannt anzusehen sind. Demnach treten in Gl.(7) und (8) als Unbekannte die Größen A und G sowie die vier Wärmeübergangszahlen α_A , α_G , β und ζ auf.

An dieser Stelle läßt sich nun einwenden, daß bei der hier vorgeführten Ableitung der Gl.(7) und (8) zu großzügig von Vereinfachungen Gebrauch gemacht wurde. Es sei deshalb nochmals darauf hingewiesen, daß in dem nicht veröffentlichten Absatz 2.3 dieser Arbeit die Energiebilanzgleichung 2.21(1) säuberlich auf den Meßfühler spezialisiert und vorgenommene Vereinfachungen abgeschätzt wurden; in Kenntnis dieser genauen Ableitung konnten die Vereinfachungen bei der Ableitung in diesem Absatz als zulässig angenommen werden.

2.223 Das Energiebilanzgleichungssystem des Meßfühlers

Beachten wir das in Abs. 2.12 über die Absorptionskoeffizienten, Temperaturen und Heizungen der einzelnen Platten Gesagte und führen wir statt der Größen $\frac{\partial T_\mu}{\partial t}$ ihren Mittelwert ein:

$$(1) \quad T_7 = \frac{1}{6} \sum_{\mu=1}^6 \frac{\partial T_\mu}{\partial t}$$

so erhalten wir als Energiebilanzgleichungssystem des Meßfühlers, indem wir Gl.2.222(7) für die oberen Platten und Gl.2.222(8) für die unteren Platten mit entsprechenden Modifikationen benutzen:

$$(22) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 G - \alpha_G \Delta_{10} + \beta \Delta_{21} - \zeta \Delta_{21} - \alpha_1 \sigma T_1^4 + H - W - \gamma T_7 = 0 \\ \alpha_1 A - \alpha_A \Delta_{20} - \beta \Delta_{21} - \zeta \Delta_{21} - \alpha_2 \sigma T_2^4 - \gamma T_7 = 0 \\ \alpha_1 G - \alpha_G \Delta_{30} + \beta \Delta_{43} - \zeta \Delta_{43} - \alpha_1 \sigma T_3^4 - W - \gamma T_7 = 0 \\ \alpha_1 A - \alpha_A \Delta_{40} - \beta \Delta_{43} - \zeta \Delta_{43} - \alpha_1 \sigma T_4^4 + H - \gamma T_7 = 0 \\ \alpha_2 G - \alpha_G \Delta_{50} + \beta \Delta_{65} - \zeta \Delta_{65} - \alpha_2 \sigma T_5^4 - W - \gamma T_7 = 0 \\ \alpha_2 A - \alpha_A \Delta_{60} - \beta \Delta_{65} - \zeta \Delta_{65} - \alpha_2 \sigma T_6^4 + H - \gamma T_7 = 0 \end{array} \right.$$

Die Auswertung dieses Gleichungssystems führt zur Ermittlung der Größen G , A und $S = A - G$. Die Methoden zur Lösung dieses Gleichungssystems sowie zur Bestimmung seiner Koeffizienten werden in Abs. 4 beschrieben, die experimentellen Ergebnisse werden in Absatz 5 angegeben.

Die Bezeichnung T_7 für den Mittelwert der Größen $\frac{\partial T_\mu}{\partial t}$ wird aus praktischen Gründen gewählt: Es ist für die maschinelle Auswertung von gro-

Dem Vorteil, alle unabhängigen Meßwerte einheitlich mit T_μ zu bezeichnen (vgl. Abs. 2.232). Der Grund, warum dieser Mittelwert eingeführt werden kann, liegt darin, daß empirisch die zeitliche Änderung der Temperaturdifferenzen im Vergleich zur zeitlichen Änderung der Temperaturen selbst klein ist (vgl. [POHL], Kap. C III).

2.23 Aufstiege bei klarem Wetter

2.231 Das Gleichungssystem I

In diesem Absatz behandeln wir den Fall eines Aufstiegs bei klarem Wetter; das bedeutet, daß in Gl. 2.223(2) der Term W wegfällt. Wir erhalten das "Gleichungssystem I":

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{lclcl} a_1 G & -\alpha_G \Delta_{10} & + \beta \Delta_{21} - \zeta \Delta_{21} & = & a_1 \sigma T_1^4 + \gamma T_7 - H \\ & a_1 A & -\alpha_A \Delta_{20} - \beta \Delta_{21} - \zeta \Delta_{21} & = & a_1 \sigma T_2^4 + \gamma T_7 \\ a_1 G & -\alpha_G \Delta_{30} & + \beta \Delta_{43} - \zeta \Delta_{43} & = & a_1 \sigma T_3^4 + \gamma T_7 \\ & a_1 A & -\alpha_A \Delta_{40} - \beta \Delta_{43} - \zeta \Delta_{43} & = & a_1 \sigma T_4^4 + \gamma T_7 - H \\ a_2 G & -\alpha_G \Delta_{50} & + \beta \Delta_{65} - \zeta \Delta_{65} & = & a_2 \sigma T_5^4 + \gamma T_7 \\ & a_2 A & -\alpha_A \Delta_{60} - \beta \Delta_{65} - \zeta \Delta_{65} & = & a_2 \sigma T_6^4 + \gamma T_7 - H \end{array} \right.$$

Gl.(1) ist ein lineares Gleichungssystem 6. Grades mit 6 Unbekannten, ist also, wenn keine Singularität vorliegt, eindeutig lösbar, insbesondere lassen sich die uns interessierenden Größen A und G daraus ermitteln.

Die praktische Lösung dieses Gleichungssystems wird in Absatz 4 behandelt; dort wird auch verständlich, warum wir nicht von der Möglichkeit Gebrauch machen, dieses Gleichungssystem 6. Grades in zwei Gleichungssysteme 3. Grades aufzuspalten.

Wir interessieren uns nun nicht nur für die Unbekannten selbst, son-

dern auch für ihre mittleren Fehler, die aus den mittleren Fehlern der in das Gleichungssystem eingehenden Größen folgen. Die Bestimmung der mittleren Fehler wird im folgenden Absatz behandelt.

2.232 Die mittleren Fehler des Gleichungssystems I

Ist

$$\sum_{v=1}^n a_{\kappa v}(T_1 \dots T_m) x_v = R_{\kappa}(T_1 \dots T_m)$$

ein lineares Gleichungssystem n -ten Grades mit n Unbekannten x_v , dessen Koeffizientenmatrix und rechte Seite von den Größen $T_1 \dots T_m$ abhängen, dann ergeben sich die Ableitungen der Unbekannten x_v nach T_{μ} ; also die Größen $\frac{\partial x_v}{\partial T_{\mu}}$, wie folgt:

$$\frac{\partial}{\partial T_{\mu}} \sum_{v=1}^n a_{\kappa v} x_v = \sum_{v=1}^n \frac{\partial a_{\kappa v}}{\partial T_{\mu}} \cdot x_v + \sum_{v=1}^n a_{\kappa v} \frac{\partial x_v}{\partial T_{\mu}} = \frac{\partial R_{\kappa}}{\partial T_{\mu}}$$

und damit:

$$(1) \quad \sum_{v=1}^n a_{\kappa v} \frac{\partial x_v}{\partial T_{\mu}} = \frac{\partial R_{\kappa}}{\partial T_{\mu}} - \sum_{v=1}^n x_v \frac{\partial a_{\kappa v}}{\partial T_{\mu}}$$

Wir wenden diese Methode auf das Gleichungssystem I an. Die rechten Seiten des Gleichungssystems kürzen wir mit R_{κ} , die linken mit L_{κ} ab. So folgt als Gleichungssystem zur Errechnung der Ableitungen der Unbekannten des Gleichungssystems I: *)

*) Der * drückt aus, daß nur die Koeffizienten abgeleitet werden.

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} a_1 \frac{\partial G}{\partial T_\mu} - \Delta_{10} \frac{\partial \alpha_G}{\partial T_\mu} + \Delta_{21} \frac{\partial \beta}{\partial T_\mu} - \Delta_{21} \frac{\partial \zeta}{\partial T_\mu} = \frac{\partial R_1}{\partial T_\mu} - \left(\frac{\partial L_1}{\partial T_\mu} \right)^* \\ a_1 \frac{\partial A}{\partial T_\mu} - \Delta_{21} \frac{\partial \beta}{\partial T_\mu} - \Delta_{20} \frac{\partial \alpha_A}{\partial T_\mu} - \Delta_{21} \frac{\partial \zeta}{\partial T_\mu} = \frac{\partial R_2}{\partial T_\mu} - \left(\frac{\partial L_2}{\partial T_\mu} \right)^* \\ a_1 \frac{\partial G}{\partial T_\mu} - \Delta_{30} \frac{\partial \alpha_G}{\partial T_\mu} + \Delta_{43} \frac{\partial \beta}{\partial T_\mu} - \Delta_{43} \frac{\partial \zeta}{\partial T_\mu} = \frac{\partial R_3}{\partial T_\mu} - \left(\frac{\partial L_3}{\partial T_\mu} \right)^* \\ a_1 \frac{\partial A}{\partial T_\mu} - \Delta_{43} \frac{\partial \beta}{\partial T_\mu} - \Delta_{40} \frac{\partial \alpha_A}{\partial T_\mu} - \Delta_{43} \frac{\partial \zeta}{\partial T_\mu} = \frac{\partial R_4}{\partial T_\mu} - \left(\frac{\partial L_4}{\partial T_\mu} \right)^* \\ a_2 \frac{\partial G}{\partial T_\mu} - \Delta_{50} \frac{\partial \alpha_G}{\partial T_\mu} + \Delta_{65} \frac{\partial \beta}{\partial T_\mu} - \Delta_{65} \frac{\partial \zeta}{\partial T_\mu} = \frac{\partial R_5}{\partial T_\mu} - \left(\frac{\partial L_5}{\partial T_\mu} \right)^* \\ a_2 \frac{\partial A}{\partial T_\mu} - \Delta_{65} \frac{\partial \beta}{\partial T_\mu} - \Delta_{60} \frac{\partial \alpha_A}{\partial T_\mu} - \Delta_{65} \frac{\partial \zeta}{\partial T_\mu} = \frac{\partial R_6}{\partial T_\mu} - \left(\frac{\partial L_6}{\partial T_\mu} \right)^* \end{array} \right.$$

Die praktische Lösung dieses Gleichungssystems wird in Abs. 4 behandelt.

Was die Größen T_μ betrifft, so ist hier nicht nur an die Temperaturen $T_1 \dots T_6$ gedacht, sondern auch an die Größen a_1 , a_2 , γ und H , etwa nach dem Schema:

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} T_8 = a_1 \\ T_9 = a_2 \\ T_{10} = \gamma \\ T_{11} = H \end{array} \right.$$

Nach Gl.(2) lassen sich die Ableitungen der Unbekannten x_v nach den Meßwerten T_μ errechnen. Mit Hilfe dieser Ableitungen und den mittleren Fehlern ΔT_μ der Meßwerte T_μ lassen sich nun die mittleren Fehler Δx_v der Unbekannten x_v angeben:

$$(4) \quad \Delta x_v^2 = \sum_{\mu=0}^n \left(\frac{\partial x_v}{\partial T_\mu} \right)^2 \Delta T_\mu^2$$

2.24 Möglichkeiten bei Aufstiegen durch Wolken

Im Zusammenhang mit dieser Arbeit wurden nur Aufstiege bei klarem Wetter gemacht, d.h. also, es wurde nur das Gleichungssystem I ausgewertet. Hier sollen nun Möglichkeiten angedeutet werden, wie auch Aufstiege durch Wolken ausgewertet werden können.

Fügen wir in 2.231 wieder den Term W hinzu, so erhalten wir ein System von 6 Gleichungen mit 7 Unbekannten, also ein in dieser Form nicht eindeutig lösbares Gleichungssystem. Man könnte nun versucht sein, z.B. von der Größe ζ anzunehmen, daß sie unbeeinflusst von einer etwaigen Verdunstung sei, und versuchen, diese Größe den verdunstungsfreien Aufstiegen zu entnehmen und als Bekannte in das Gleichungssystem einzuführen. Natürlich ist dieses Verfahren nur möglich, wenn ζ oder eine mit ζ im Zusammenhang stehende Größe eine gewisse Gesetzmäßigkeit zeigt. In den Absätzen 4 und 5 werden wir nochmals auf dieses Problem zurückkommen.

Nun soll noch das Gleichungssystem II angegeben werden:

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} a_1 G - \alpha_G \Delta_{10} + \beta \Delta_{21} - W = a_1 \sigma T_1^4 + \zeta \Delta_{21} + \gamma T_7 - H \\ a_1 A - \alpha_A \Delta_{20} - \beta \Delta_{21} = a_1 \sigma T_2^4 + \zeta \Delta_{21} + \gamma T_7 \\ a_1 G - \alpha_G \Delta_{30} + \beta \Delta_{43} - W = a_1 \sigma T_3^4 + \zeta \Delta_{43} + \gamma T_7 \\ a_1 A - \alpha_A \Delta_{40} - \beta \Delta_{43} = a_1 \sigma T_4^4 + \zeta \Delta_{43} + \gamma T_7 - H \\ a_2 G - \alpha_G \Delta_{50} + \beta \Delta_{65} - W = a_2 \sigma T_5^4 + \zeta \Delta_{65} + \gamma T_7 \\ a_2 A - \alpha_A \Delta_{60} - \beta \Delta_{65} = a_2 \sigma T_6^4 + \zeta \Delta_{65} + \gamma T_7 - H \end{array} \right.$$

Die mittleren Fehler der Unbekannten können auf die gleiche Art, wie in Absatz 2.232 beschrieben, ermittelt werden.

2.25 Störeinflüsse

Die in Frage kommenden Störeffekte, wie Störstrahlung der Hilfsgeräte und eine Erwärmung der Thermistoren, sind bei [POHL] Kap. III ausführlich erörtert; dort konnte nachgewiesen werden, daß die angeführten Störeffekte innerhalb der Fehlergrenze liegen.

Was nun den Störeinfluß durch das Pendeln des Gerätes betrifft, so konnte gezeigt werden, daß - übereinstimmend mit [POHL] - der ermittelte Wert S um + 2 % korrigiert werden muß; genauer:

Seien A , G und $S = A - G$ die gemäß Gleichungssystem I ermittelten Größen, A_0 , G_0 und S_0 die vom Pendeleinfluß befreiten Größen, so gilt:

$$S_0 = 1,02 S$$

$$G_0 = G - 0,01 S$$

$$A_0 = A + 0,01 S$$

3. Aufbau und Arbeitsweise der Versuchsanordnung

3.1 Allgemeines über den Aufbau

In Absatz 3 soll der technische Aufbau der Versuchsanordnung gezeigt werden, wie er sich als Endentwicklung der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuchsreihe ergeben hat. Während die Informationen des ersten Aufstiegs über eine per Hand zu bedienende Peilantenne, über eine 500 m lange Erdleitung, über eine Empfangsanlage, die noch äußerst störanfällig gegen Störsignale aller Art war, empfangen und verarbeitet wurden, konnte in den Folgezeiten eine Versuchsanordnung aufgebaut werden, die praktisch eine Ein-Mann-Bedienung zuließ und die weitgehend unempfindlich gegen Störeinflüsse auf der Empfangsseite war. Erschwerend wirkte sich allerdings aus, daß auf der Sendeseite die vorhandenen Sonden und Meßfühler durch Probe- und Fehlaufstiege bald zur Neige gegangen waren, so daß die letzten Aufstiege mittels wiederhergestellter Fundsonden und -meßfühler durchgeführt werden mußten. Von der Konstruktion her hat sich jedoch die Versuchsanordnung auch auf der Sendeseite bewährt.

3.2 Die Geräte

3.21 Der Meßfühler

Der prinzipielle Aufbau des Meßfühlers wurde in Abs. 2.12 besprochen; hier soll nun seine technische Realisation vorgeführt werden.

Der Meßfühler besteht aus 3 Plattensystemen und einem Gestell, das die 3 Plattensysteme und einen freistehenden Thermistor, den Luftthermistor, trägt (vgl. Abb. 1).



Abb. 1

Ein Plattensystem hat das Aussehen eines kurzen geraden Kreiszylinders, dessen Kreisflächen von der unteren und oberen Platte und dessen Mantel vom Rand dargestellt werden (vgl. Abs. 2.12, Abb. 1); der Durchmesser des Plattensystems beträgt 39 mm, seine Höhe 8 mm.

Eine Platte setzt sich aus 2 kreisförmigen Scheiben und einem Kreisring aus Aluminiumblech der Stärke 0,3 mm zusammen. In dem so verbleibenden Hohlraum befindet sich eine dünne Glimmerscheibe, die mit Manganindraht von 0,05 mm Durchmesser umwickelt ist. Die Länge des Manganindrahtes ist so bemessen, daß ein Ohmscher Widerstand von etwa 44 Ω resultiert.

Um die Temperatur der Platte zu messen, ist auf der Seite der Platte, die ins Innere des Plattensystems gerichtet ist, ein wegen des Wärmeübergangs sehr flacher Thermistor von 0,8 mm Dicke und einer Oberflä-

che von 139 mm² mittels Araldit aufgeklebt. Es handelt sich dabei um eine Sonderanfertigung der Fa. Siemens, die sich von der seitens derselben Firma herausgebrachten Type K 11 dadurch unterscheidet, daß beide Anschlüsse auf ein und derselben Seite des Thermistors liegen. Gemäß der Gleichung

$$(1) \quad R = R_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-\gamma} e^{b \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)},$$

die die Abhängigkeit des Widerstandes eines Thermistors beschreibt, wird das Verhalten eines Thermistors von dem Widerstand R_0 bei einer bestimmten Temperatur T_0 und der Formkonstante b bestimmt (γ ist eine sehr kleine Zahl > 0 ; vgl. [POHL], Gleichung (C 14) und die in diesem Zusammenhang angegebenen Literaturhinweise). Die dementsprechenden Werte der hier benutzten Thermistoren sind:

$$R_0 = R(20^\circ\text{C}) = 1b \text{ k}\Omega$$

$$b = 2800^\circ\text{K}$$

Der Rand des Plattensystems besteht aus Trovidur (PVC); die Dicke des Randes beträgt 1,8 mm, seine Höhe 6 mm.

Drei Plattensysteme sind mittels eines kreuzförmigen Kunststoffträgers aus Trovidur an einem Aluminiumrohr befestigt, dessen Durchmesser 8 mm, dessen Wandstärke 0,8 mm und dessen Länge 17 cm beträgt. Über das mittlere Plattensystem hinaus ragt ein stabförmiger Thermistor, der Luftthermistor, der nur durch seine Anschlußdrähte gehalten wird. Es handelt sich dabei um den Typ ML - 405/AM, einen in amerikanischen Wettersonden bewährten Typ, mit Kenndaten, die den in Gleichung (2) angegebenen entsprechen. An dem den Plattensystemen gegenüberliegenden Ende des Rohres ist ein neun-poliger Anschlußstecker angebracht. Das Innere des Rohres birgt die Anschlußdrähte der Plattenthermistoren, des Luftthermistors und der Plattenheizungen, wobei die drei effektiv benutzten Plattenheizungen, um einen völlig übereinstimmenden Heizungsstrom zu gewährleisten, hintereinandergeschaltet wurden.

3.22 Die Sonde

Die Sonde besteht aus einem Sender, einem Umschalter und den Batterien, bei den zwei letzten Aufstiegen noch zusätzlich aus einem Stabilisationsgerät für die Meßfühlerheizung.^{*)} Die Sonde ist in einem Styroporgehäuse mit den Außenmaßen 19x19x23 cm untergebracht.

Sie stellt eine Weiterentwicklung der von POHL benutzten umgebauten amerikanischen Wetterradiosonde dar (vgl. [POHL] , C I 1).

Der Sender besteht aus einer Sperrschwingerstufe mit einer Impulsfolgefrequenz von ca. 1000 bis 50 Hz zur Erzeugung der Meßimpulse, die einer auf 152 Hz schwingenden Senderstufe aufmoduliert werden. Eine eingebaute Druckdose betätigt bei bestimmten Druckwerten einen Schalter, der die Impulsfolgefrequenz um etwa die Hälfte erniedrigt (vgl. Abb. 1).

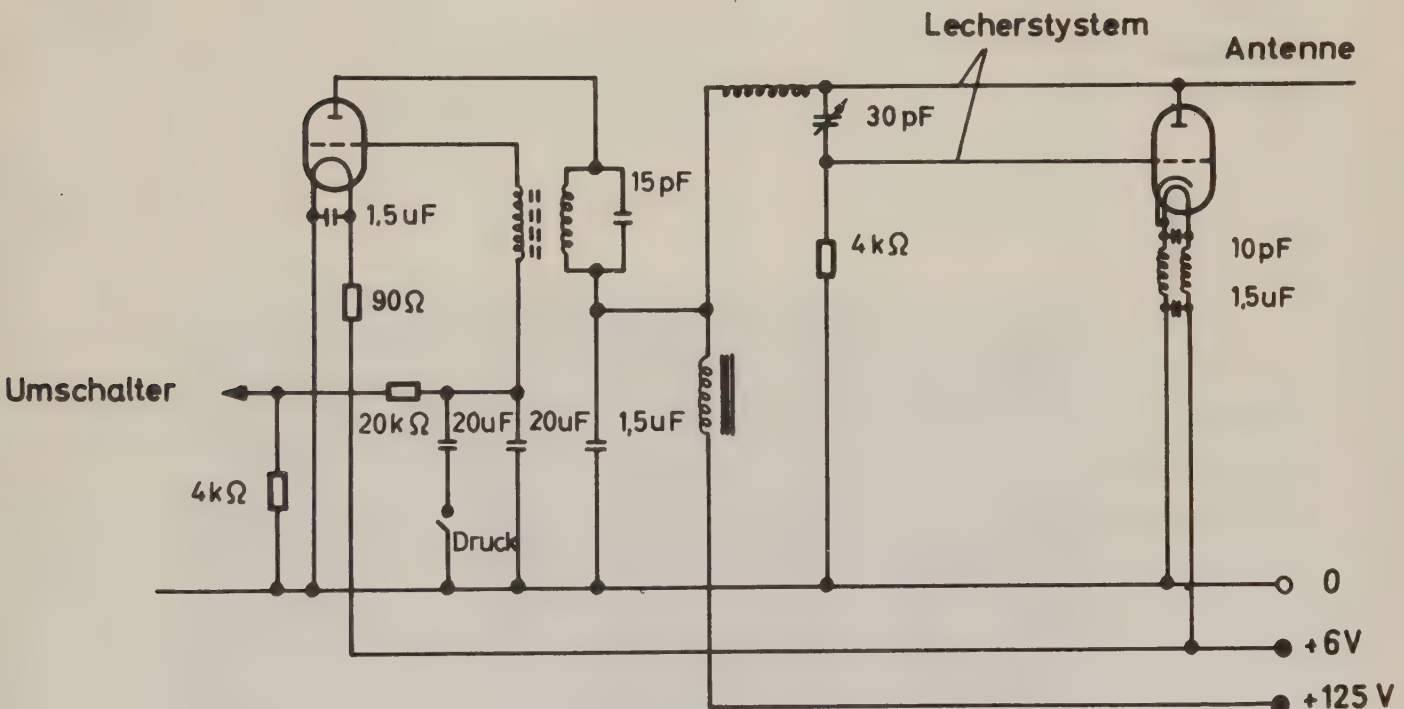


Abb. 1

^{*)} Die Konzeption und Herstellung dieses Stabilisationsgerätes verdanke ich Herrn Dipl.-Phys. Erich NEUBURGER, Karlsruhe, wofür ich mich verbindlichst bedanken möchte.

Die Umschaltapparatur besteht aus einem durch einen kleinen Elektromotor mittels Schneckengetriebe angetriebenen zwölfpoligen Umschalter und einem Referenzwiderstand aus Manganindraht von $80\text{ k}\Omega$ (vgl. Abb.2).

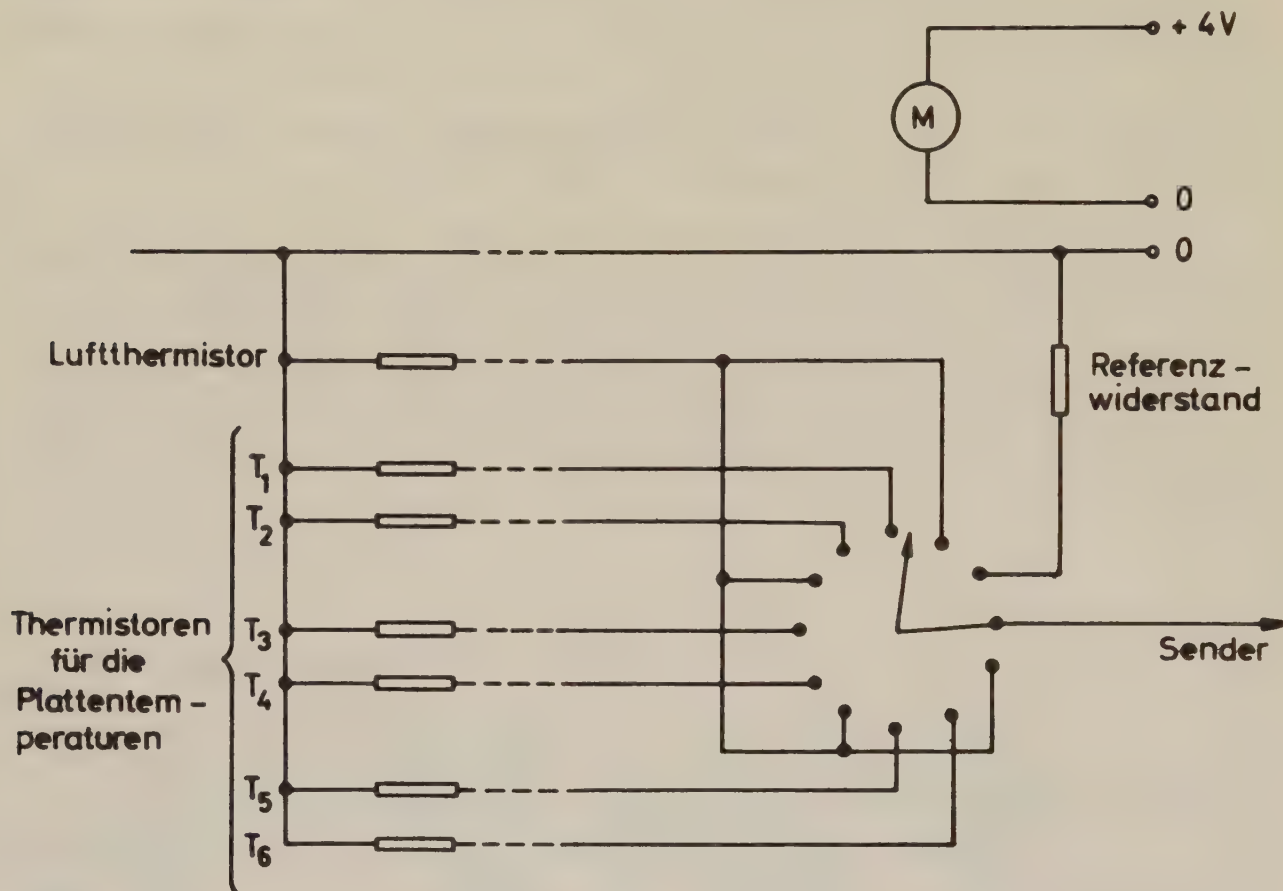


Abb. 2

In der Sonde sind folgende Batterien untergebracht: eine Trockenbatterie von 150 V für die Anodenspannungen der Senderöhren, 6 Rulags (Trockenakkumulatoren) von insgesamt 6 V für die Röhrenheizung, 2 Rulags von insgesamt 4 V für den Motor des Umschalters und 5 Rulags von insgesamt 10 V für die Meßfühlerheizung.

Bei den zwei letzten Aufstiegen war zwischen die Meßfühlerheizung und die Heizbatterien ein temperaturunabhängiges Stabilisationsgerät zur Stabilisation des Meßfühlerheizungsstroms geschaltet, weswegen die Heizbatterien aus 7 Rulags von insgesamt 14 V bestanden. Es zeigte sich jedoch dabei, daß eine besondere Stabilisation des Heizungsstroms nicht erforderlich war.

3.23 Die Empfangsgeräte

Als Empfangsanlage mit nachgeschalteten Registriergeräten wurden der Reihe nach benutzt (vgl. Abb. 1 und Abb. 2):

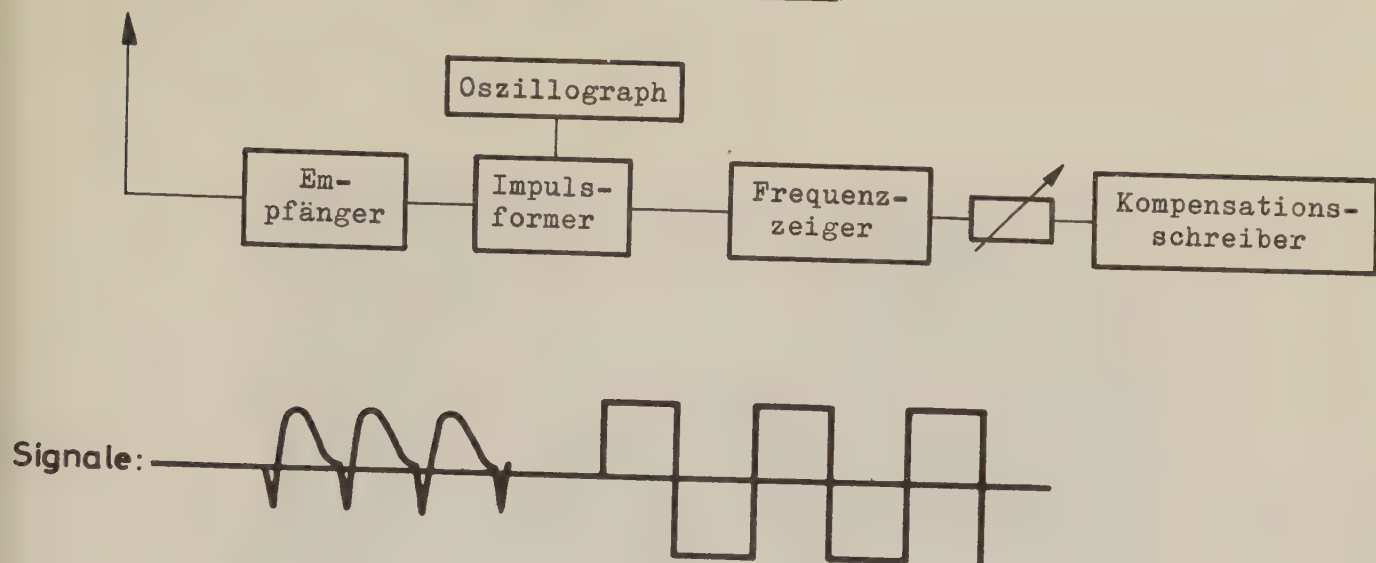


Abb. 1

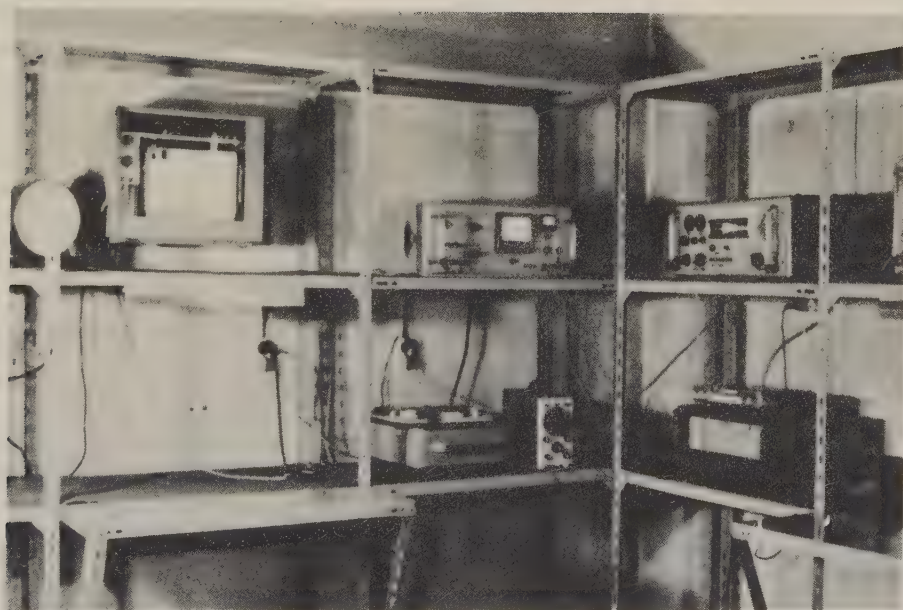


Abb. 2

eine Dipolanterne für 150 MHz,
ein hochempfindlicher Empfänger, Typ ESM von Rhode & Schwarz,
ein Impulsformer mit einstellbarer Triggerschwelle zur Ausschaltung von Rauschstörungen und Normierung der Impulse für den nachfolgenden Frequenzzeiger (vgl. Abb. 1),
ein Oszillograph der Fa. Siemens als Kontrollgerät zur Sichtbarmachung der Impulse vor und nach dem Impulsformer,
ein Frequenzzeiger Typ FKM von Rhode & Schwarz, der eine der Frequenz proportionale Gleichspannung für den nachfolgenden Schreiber lieferte,
ein Kompensationsschreiber Typ PR 2200 von Philips mit 25 cm Schreibstreifenbreite und einem Papiervorschub von 2 cm pro Minute.

Um die Schreibbreite möglichst auszunutzen, wurde, solange die von den Meßfühlerthermistoren erzeugten Meßfrequenzen über der vom Referenzwiderstand erzeugten Referenzfrequenz lagen, durch einen regelbaren Spannungsteiler die Referenzfrequenz auf 350 Skalenteile der tausendteiligen Streifenteilung eingestellt. Sobald bei absinkender Temperatur die Meßfrequenzen unter die Referenzfrequenz zu liegen kamen, wurde die Referenzfrequenz auf 950 Skalenteile eingestellt, so daß sich eine wesentliche Dehnung der Temperaturskala bei tiefen Temperaturen ergab.

3.3 Die Eichung

Da die im Meßfühler verwendeten Thermistoren eine unvermeidliche Streuung ihrer Kenndaten aufweisen, mußte jede Sonde mit ihrem zugehörigen Meßfühler individuell im Labor geeicht werden. Um dabei möglichst genau die Verhältnisse beim Aufstieg zu simulieren, wurde bei der Eichung sowohl die Sende- als auch die Empfangsanlage in Betrieb genommen, so daß der einzige Unterschied zum Aufstieg in der geringen Entfernung zwischen Sende- und Empfangsanlage und natürlich in der Ursache der Meßfühlertemperaturen lag.

Die Meßfühler wurden in einem Dewargefäß, das mit Heptan gefüllt war, temperiert, wobei gute Durchmischung der Kälteflüssigkeit mittels eines Rührwerks erzielt wurde. Die Temperaturstufen wurden in Intervallen

von etwa 10°C im Bereich von $+20^{\circ}\text{C}$ bis -70°C gewählt. Die Temperaturen wurden mit einem Hartglas-Platinthermometer bestimmt, sein Widerstand wurde mit einer Präzisionsmeßbrücke mit fünf Dekaden und einem Lichtmarkengalvanometer gemessen. Diese Methode ergab mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 90% eine Genauigkeit der Temperaturbestimmung beim Aufstieg von $\pm 0,2^{\circ}\text{C}$.



Abb. 1

3.4 Der Aufstieg

Der Aufbau der Versuchsanordnung beim Aufstieg auf der Sendeseite zeigt folgendes Schaubild:

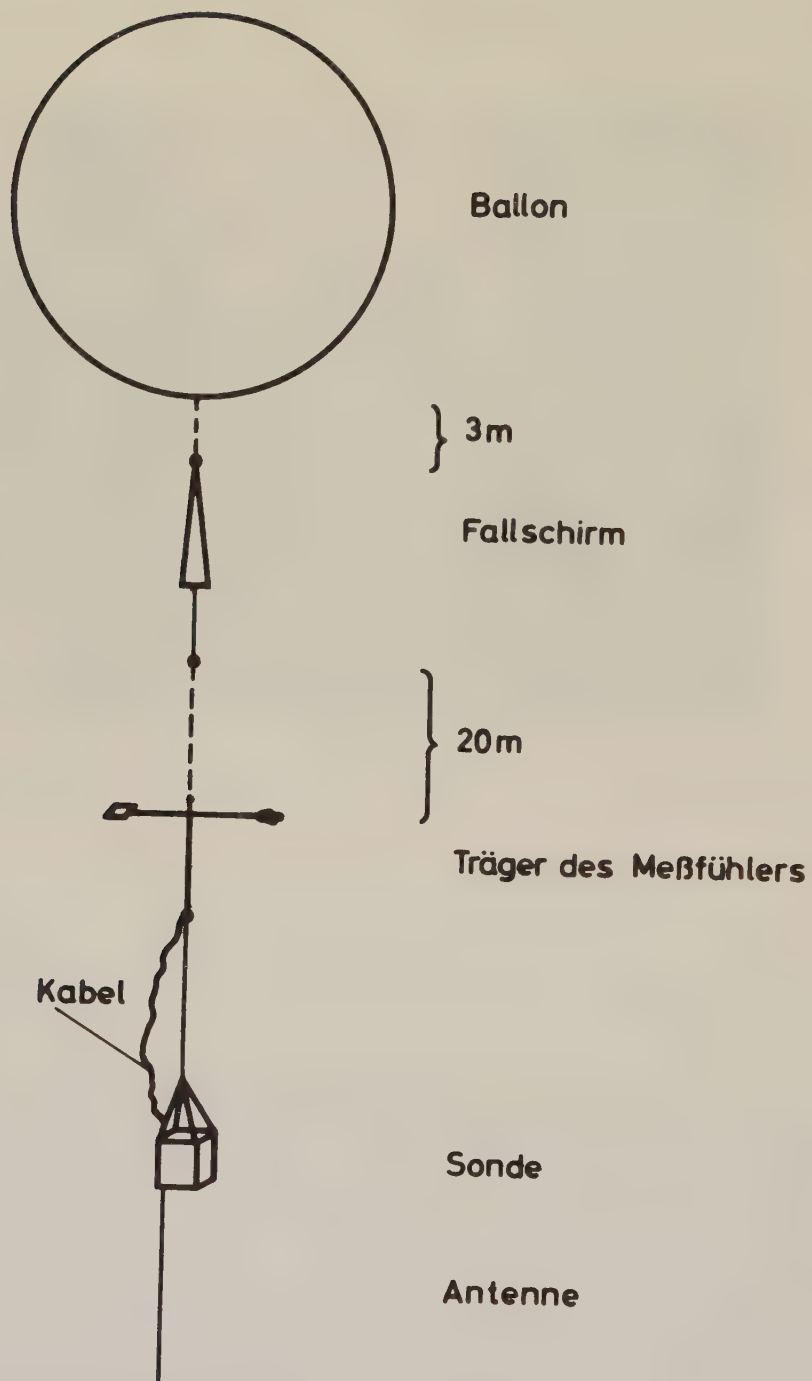


Abb. 1

Als Ballon fand ein mit Wasserstoff gefüllter Radiosondeballon "Darex Nacht" aus Neppren Verwendung, ein bei den laufenden Radiosondenaufstiegen der Aerologischen Station in München-Riem üblicherweise benutzter Ballon.

Der Träger des Meßfühlers bestand aus demselben Rohr, aus dem das Meßfühlergestell gefertigt war, und hatte die Form eines T; seine Maße in cm sind in Abb. 2 angegeben.

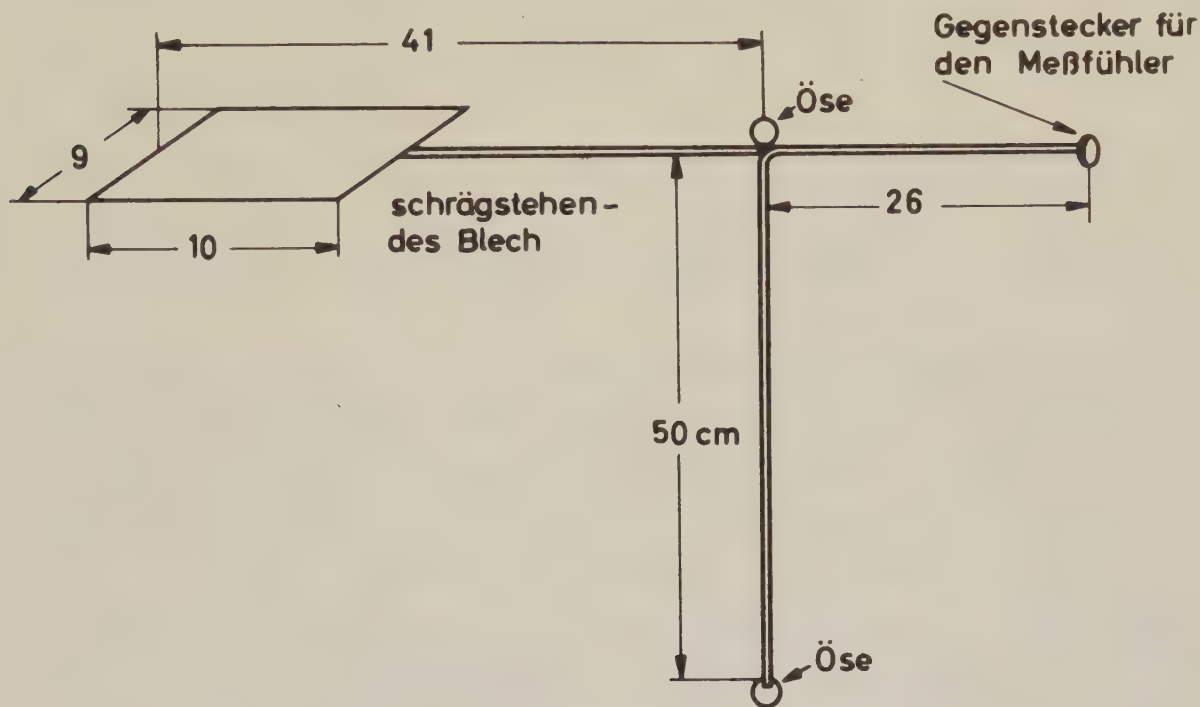


Abb. 2

An einem Ende des waagrechten Rohrs des Trägers war der Gegenstecker zum Meßfühlerstecker angebracht; bei der Montage des Meßfühlers an seinen Träger wurde darauf geachtet, daß die Achsen des Meßfühlerplattensystems und das Mittelrohr des Trägers parallel zueinander standen. Vom Gegenstecker führte im Innern des Rohres ein neunpoliges Kabel über das Mittelrohr zum unteren Ende des Trägers und von dort zur Sonde. Am anderen Ende des waagrechten Rohrs des Trägers war ein schrägstehendes Blech angebracht; da sich dadurch der Träger beim Aufstieg ständig um seine Mittelachse drehte, war eine möglichst gleichmäßige Belüftung des Meßfühlers gewährleistet.

Insgesamt wog die startfertige Sonde mit Meßfühler und Meßfühlerträger etwa 2 kp.

Vor dem Start wurden die Bodenwerte ermittelt. Der für die Auswertung der Meßergebnisse wesentliche Meßfühlerheizungsstrom wurde mittels eines sehr genauen Drehspulinstrumentes mit Spiegelskala (Klasse 0,5) gemessen.

4. Die Auswertung

4.1 Allgemeines zur Auswertung

4.11 Sprachliche Übereinkunft

In Absatz 4 soll beschrieben werden, wie die nach den in Absatz 3 beschriebenen Verfahren erhaltenen Meßwerte unter Anwendung der in Absatz 2 entwickelten Theorie ausgewertet werden, angefangen von der mathematischen Beschreibung der Auswertung bis hin zur Darstellung der Auswertung durch ein Blockdiagramm, das die Darstellung eines Programms für eine beliebige Rechenanlage ohne nähere Kenntnis des hier behandelten Problems gestattet.

Zu Beginn ist es nützlich, im Verlauf der Auswertung öfters vorkommende Terme zu kommentieren.

Wir haben zwei Meßarten zu unterscheiden: die Eichung und den Aufstieg. Die Zeitspanne, in der alle Plattentemperaturen des Meßfühlers einmal gemessen werden, bezeichnen wir als eine Schicht; zur Schicht zählen wir dabei auch die Meßreferenda, deren eines vor, eines nach der Messung der Plattentemperaturen gemessen wird (vgl. Abs. 3.3).

Je nach Meßart unterscheiden wir Eich- und Aufstiegsschichten. Da die Meßwerte je dreier Eichschichten zu den Werten einer Eichschicht gemittelt werden (vgl. Abs. 3.3 und 4.211) und nur die Werte der letzteren weiter verarbeitet werden, sprechen wir von einer Eichschicht im Hinblick auf die gemittelten Werte und nennen die ursprünglichen Schichten Unterschichten. Zur Eichschicht rechnen wir auch die vor und nach der Messung der Meßfühlerwerte ermittelten Eichtemperaturen.

Die Aufstiegsschichten zerfallen in Boden- und Höhenschichten. Im übertragenen Sinn gebrauchen wir bei den Höhenschichten den Ausdruck "Schicht" auch für den Raum der Atmosphäre, innerhalb dessen alle Plattentemperaturen des Meßfühlers einmal gemessen werden. In diesem Sinn kommt den Schichten besondere Bedeutung zu, da die uns interessierenden Größen, die Gegenstrahlung G , die Ausstrahlung A und die Strahlungsbilanz S , pro Schicht ermittelt werden, genauer, an den Stellen der Schichtmitten.

Die Schichten sind aus technischen Gründen in zwei Schichtserien zusammengefaßt, je nachdem, ob das normierte Referendum, mit dem die Meßreferenda verglichen werden, 350 oder 950 Skalenteile beträgt (vgl.

Abs. 3.3).

Unabhängig von den Messungen innerhalb der Schichten wird während des Aufstiegs der Druck dadurch ermittelt, daß die Zeit, in der gewisse Druckstufen erreicht werden, gemessen wird (vgl. Abs. 3.2).

Unter den im Verlauf der Auswertung vorkommenden Größen, den Problemgrößen, bezeichnen wir speziell als Meßgrößen die unmittelbar durch Messung ermittelten Größen, als Ergebnisgrößen die in Gl.2.231(1) bzw. Gl.2.232(2) auftretenden Unbekannten sowie die Druck- und Höhenwerte der Aufstiegsschichten.

Bezüglich der Eichung sind Meßgrößen pro Unterschicht sechs Plattentemperaturen des Meßfühlers, vier Lufttemperaturen und zwei Meßreferenda, Meßgrößen pro Schicht zwei Eichwiderstände, aus denen die Eichtemperaturen ermittelt werden.

Bezüglich des Aufstiegs sind Meßgrößen pro Schicht sechs Plattentemperaturen des Meßfühlers, vier Lufttemperaturen, zwei Meßreferenda und die Zeit der Schichtmitte, Meßgrößen pro Druckstufe der Druck, die Höhe und die dazu gehörende Zeit, Meßgrößen pro Aufstieg der Heizstrom und der Heizwiderstand des Meßfühlers.

Als weitere Aufstiegsgrößen seien noch genannt die Aufstiegstemperaturen, die aus den entsprechenden Meßgrößen an den Meßstellen ermittelten Luft- und Plattentemperaturen, und die normierten Temperaturen, die aus den Aufstiegstemperaturen an den Stellen der Schichtmitten interpolierten Temperaturen.

4.12 Übersicht über den Gang der Auswertung

Nach einem Aufstieg können wir von folgenden Meßergebnissen ausgehen:

1. Den Eichergebnissen. Es liegen vor:

11. Pro Unterschicht in Form von Skalenwerten die Temperaturen der Meßfühlerplatten und die entsprechenden Referenda.

12. Pro Schicht in Form von Widerstandswerten die Temperaturen der Meßfühlerplatten.

2. Den Aufstiegsergebnissen. Es liegen vor:

21. Pro Schicht in Form von Skalenwerten die Temperaturen der Meßfühlerplatten und die entsprechenden Referenda.

22. Pro Schicht die Zeiten der Schichtmitten.

23. Pro Aufstieg der Heizstrom.

24. Pro Aufstieg die Beziehung zwischen Zeit und Luftdruck.
25. Pro Aufstieg die Beziehung zwischen Luftdruck und Höhe (diese stammt aus dem Routineaufstieg derselben Nacht).
3. Den Laborergebnissen. Es liegen vor:
 31. Der Widerstand des Heizdrahtes der Meßfühlerplatten.
 32. Die Beziehung zwischen den Widerstandswerten der Eichung und der Temperatur.
 33. Die Größen a_1 , a_2 , σ und γ .

Die Auswertung dieser Meßergebnisse geschieht nach folgendem Programm:

1. Ermittlung der Temperaturen und Hilfsgrößen.
11. Reduzierung und Mittelung der Skalenwerte aus Aufstieg und Eichung.
111. Bildung der Referenda pro Skalenwert.
112. Reduzierung der Skalenwerte.
113. Bezüglich der Eichwerte: Mittelung der reduzierten Skalenwerte.
12. Ermittlung der Eichtemperaturen aus den Eichwiderständen.
13. Ermittlung der Aufstiegstemperaturen aus den reduzierten Skalenwerten des Aufstiegs mit Hilfe der Beziehung zwischen Eichtemperaturen und reduzierten Skalenwerten der Eichung.
14. Ermittlung der normierten Temperaturen aus den Aufstiegstemperaturen und den Zeiten der Schichtmitten.
15. Ermittlung des zeitlichen Temperaturgradienten pro Schicht auf Grund der Beziehung zwischen normierten Temperaturen und den Zeiten der Schichtmitten.
16. Ermittlung der Meßfühlerheizung aus dem Heizstrom und dem Heizwiderstand.
17. Ermittlung der Druck- und Höhenwerte der Schichtmitten mit Hilfe der Beziehung zwischen Zeit und Druck bzw. zwischen Zeit und Höhe.
2. Ermittlung der Ergebnisgrößen.
21. Ermittlung der Ergebnisgrößen selbst gemäß Gl.2.231(1).
22. Ermittlung der mittleren Fehler der Ergebnisgrößen gemäß Abs. 2.232.

4.13 Bezeichnung der in der Auswertung vorkommenden Größen

Nachdem sprachliche Übereinkunft bezüglich des in Frage kommenden Problemkreises erzielt und eine Übersicht über den Gang der Auswertung gegeben wurde, soll nun die Bezeichnung der bei der Auswertung vorkommenden formalen Größen festgelegt werden. Angestrebt wird eine eindeutige Beziehung zwischen den Zeichen und den bezeichneten Größen. Es mag überflüssig erscheinen, im vornherein viel Mühe auf die Bezeichnung der Größen zu verwenden, auch sieht eine umfassende Bezeichnungsweise auf den ersten Blick keineswegs vereinfachend aus; doch eine umfassende Bezeichnungsvorschrift erleichtert die formale Behandlung eines Problems ungemein, und um die formale Behandlung eines zwar nicht schwierigen, doch recht komplexen Problems geht es sowohl im mathematischen als auch im programmierungstechnischen Teil der Auswertung.

Allgemein werden für skalare Größen römische oder griechische, für Vektoren kleine deutsche und für Matrizen große deutsche Buchstaben verwendet.

Für feste Nummern oder Anzahlen werden kleine römische Buchstaben benutzt. So bedeuten:

- l Anzahl der Schichten einer Eichschichtserie oder eines Aufstiegs.
- q-1 Anzahl der Bodenschichten eines Aufstiegs; die Schicht mit der Nr. q ist demnach die erste Höhenschicht.
- m Anzahl der Druckstufen eines Aufstiegs.
- e Anzahl der Schichten, für deren Ergebnisgrößen mittlere Fehler errechnet werden.

Für die Problemgrößen werden große römische oder griechische Buchstaben benutzt, mit Ausnahme von Zeit, Druck und Höhe, für die die üblichen Buchstaben t, p, h gebraucht werden. Problemgrößen, die auf formal gleiche Weise behandelt werden, werden durch denselben Buchstaben dargestellt, Unterscheidungen werden durch entsprechende Indizierungen erreicht. Problemgrößen, die formal verschieden behandelt werden, werden, auch wenn sie bedeutungsmäßig ähnlich sind, der besseren Unterscheidung wegen durch unterschiedliche Buchstaben dargestellt.

Es bedeuten:

U	Eichwiderstand in Ω
Q,S	Meßfühlertemperatur in Skalenteilen; Q wird für die gemessenen, S für die reduzierten Skalenwerte gebraucht.
E	Eichtemperatur in $^{\circ}\text{K}$.
Θ	Aufstiegstemperatur in $^{\circ}\text{K}$.
T	Normierte Temperatur in $^{\circ}\text{K}$.
B	Referendum in Skalenteilen.
X	Ergebniswert.
t	Zeit in Minuten.
p	Druck in mbar.
h	Höhe in m.

Für Kennzeichnungen durch Indizes oder laufende Nummern werden kleine griechische Buchstaben benutzt. Diese Indizes werden nur insoweit benutzt, als sie zur unzweideutigen Kennzeichnung der Problemgrößen notwendig sind. Das folgende Schaubild zeigt, wo und - mutatis mutandis - mit welchen Buchstaben die Problemgrößen bei Bedarf indiziert werden.

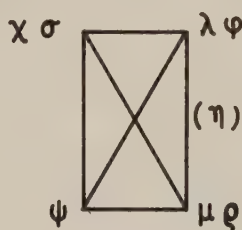


Abb. 1

Es bedeuten sowohl dem Buchstaben als auch dem Ort der Indizierung nach:

- χ Kennzeichnung der Schichtrandmessung; $\chi = 1$ bzw. $\chi = 2$ zeigt die Messung vor bzw. nach einer Schicht an, was z.B. bei den Eichwiderständen U oder bei den Referenda B benutzt wird.
- σ Kennzeichnung der Schichtserie; $\sigma = 1$ bzw. $\sigma = 2$ bedeutet die Serie mit dem Referendum 350 bzw. 950.
- ψ Kennzeichnung der Meßart; bei Eichgrößen wird $\psi = 1$ benutzt, bei Aufstiegsgrößen $\psi = 2$.
- λ laufende Nummer der Schichten; es gilt: $\lambda = 1 \dots \overset{\sigma}{\psi} 1$ bzw. (für die zweite Schichtserie des Aufstiegs) $\lambda = \overset{1}{2} 1 + 1, \dots \overset{2}{2} 1$.
- φ laufende Nummer der Unterschichten einer Schicht; dieser Fall tritt nur bei der Eichung auf. Es gilt: $\varphi = 1 \dots 3$.
- μ, ν laufende Nummer der Problemgrößen einer Schicht; μ wird im

allgemeinen für Meßgrößen, v für Ergebnisgrößen benutzt.

g laufende Nummer für Problemgrößen, die in einer Schicht mehrmals auftreten. In praxi kommt g nur für die Größe "Lufttemperatur" in Betracht, wofür $\mu = 0$ gilt, und die in einer Schicht viermal vorkommt, weshalb für g gilt:

$$g = 1 \dots 4.$$

η laufende Nummer der Druckstufen; es gilt: $\eta = 1 \dots m$.

Der in Abs. 4.12 beschriebene Gang der Auswertung läßt sich nun im folgenden Diagramm, in dem nur die Problemgrößen selbst auftreten, veranschaulichen:

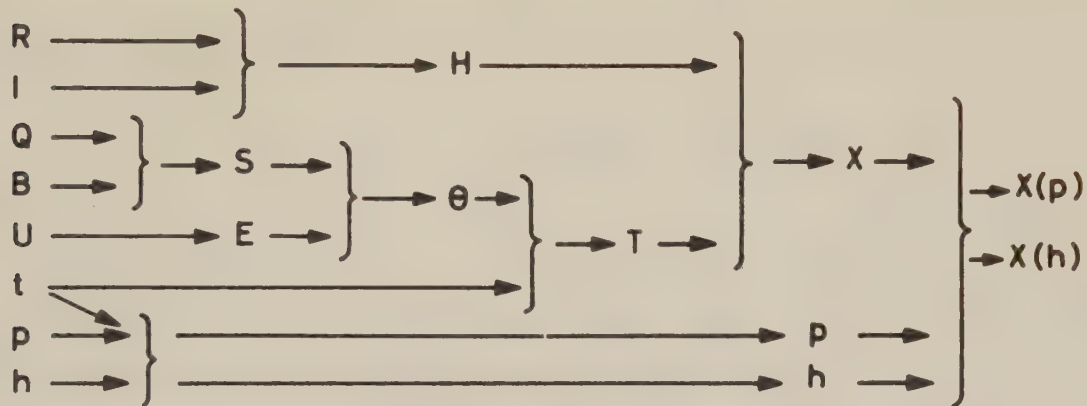


Abb. 2

Links stehen die Meßgrößen, als Ergebnisgrößen erhalten wir $X = X(p)$ oder auch $X = X(h)$. Fügen wir zu den Problemgrößen die zugehörigen Indizes, so erhalten wir als Auswertungsdiagramm:

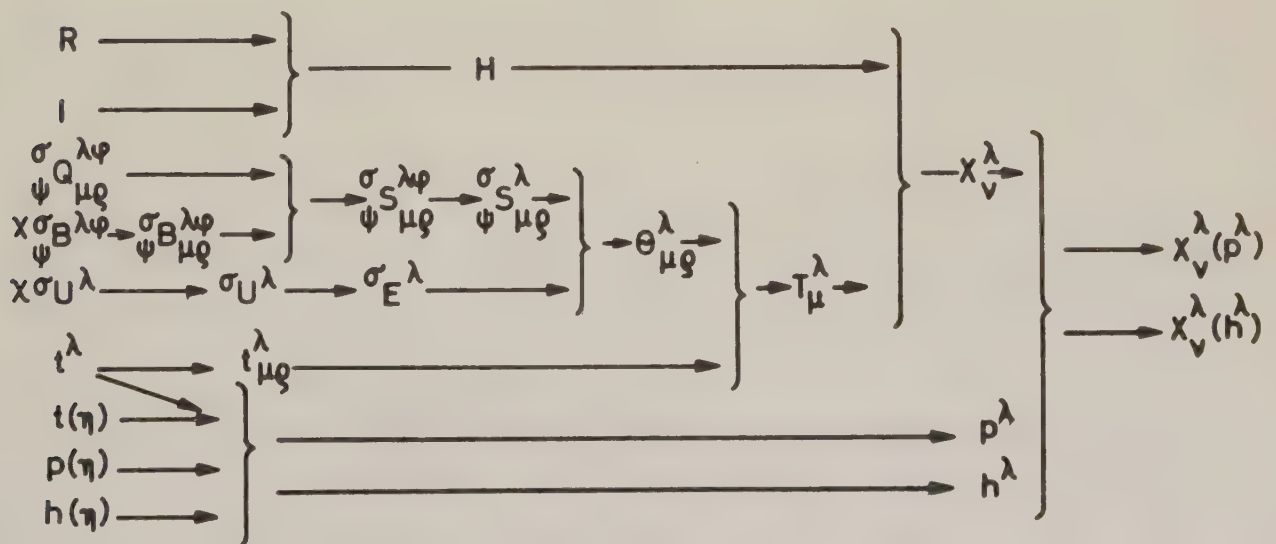


Abb. 3

4.2 Die Ermittlung der Temperaturen $T_0 \dots T_7$

4.21 Die Ermittlung der Temperaturen in mathematischer Darstellung

4.211 Die reduzierten Skalenwerte $\sigma_{\psi}^{\lambda\varphi}$

Gleichgültig, ob eine Eichung (vgl. Abs.3.3) oder ein Aufstieg (vgl. Abs.3.4) durchgeführt wird, am Ende jeder Messung liegen die registrierten Temperaturen in Form von Skalenwerten Q vor. Diese Skalenwerte sind noch nicht endgültig, sie werden noch reduziert und gemittelt.

Pro Schicht sind vorhanden:

Die beiden Meßreferenda ${}^1\sigma_B^{\lambda\varphi}$ und ${}^2\sigma_B^{\lambda\varphi}$, gemessen am Anfang und am Ende der Schicht.

Die 10 Skalenwerte ${}^{\psi}Q_{\mu\varphi}^{\lambda\varphi}$.

Dabei gilt für λ :

$$\lambda = 1 \dots \sigma_1 \quad \text{für } \psi = 1 \text{ (Eichung)}$$

$$\lambda = 1 \dots \frac{1}{2} \quad \text{für } \psi = 2 \text{ und } \sigma = 1$$

$$\lambda = \frac{1}{2} 1 + 1, \dots, \frac{2}{2} 1 = 1 \quad \text{für } \psi = 2 \text{ und } \sigma = 2.$$

Dadurch wird erreicht, daß die Schichtfolge λ beim Aufstieg von 1 bis 1 läuft, der Anzahl der Aufstiegsschichten, unter Übergehung der nur technisch bedingten Aufteilung in 2 Schichtserien.

Das Bild pro Schicht ist wie folgt:

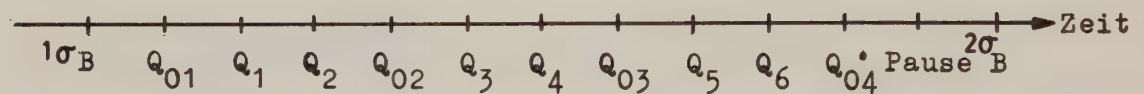


Abb. 1

Da im allgemeinen ${}^1\sigma_B$ und ${}^2\sigma_B$ voneinander verschieden sind, erhöht es die Genauigkeit, wenn zu jedem Skalenwert $Q_{\mu\varphi}$ ein ihm zugehöriges Referendum $B_{\mu\varphi}$ gebildet wird, und da die Änderung der Meßreferenda sehr gleichmäßig erfolgt, können die zugehörigen Referenda $B_{\mu\varphi}$ durch lineare Interpolation aus den Meßreferenda ${}^{\chi}\sigma_B$ gebildet werden. Zu diesem Zweck teilen wir die Schicht in 12 gleiche Teile und definieren eine Funktion $m_{\mu\varphi}$, die die Anzahl der Teile angibt, die zwischen ${}^1\sigma_B$ und dem jeweiligen $Q_{\mu\varphi}$ liegen.

Demnach ist (vgl. Abb. 1):

$$(1) \quad \begin{array}{rcl} m_{01} & = & 1 \\ m_{02} & = & 4 \\ m_{03} & = & 7 \\ m_{04} & = & 10 \\ m_1 & = & 2 \\ m_2 & = & 3 \\ m_3 & = & 5 \\ m_4 & = & 6 \\ m_5 & = & 8 \\ m_6 & = & 9 \end{array}$$

Mit Hilfe der Funktion $m_{\mu\varphi}$ lassen sich die zugehörigen Referenda ausdrücken:

$$(2) \quad \sigma_{\psi B \mu \varphi}^{\lambda \varphi} = \sigma_{\psi B}^{\lambda \varphi} + \frac{m_{\mu \varphi}}{12} ({}^2\sigma_{\psi B}^{\lambda \varphi} - {}^1\sigma_{\psi B}^{\lambda \varphi})$$

Nun können wir die Skalenwerte Q durch Vergleich mit den zugehörigen Referenda reduzieren. Hierzu definieren wir eine Funktion σ_B , die das normierte Referendum der Schichtserie darstellt:

$$(3) \quad \begin{array}{rcl} {}^1_B & = & 350 \\ {}^2_B & = & 950 \end{array}$$

Damit erhalten wir

$$(4) \quad \sigma_{\psi S \mu \varphi}^{\lambda \varphi} = \sigma_B \cdot \frac{\sigma_{\psi Q \mu \varphi}^{\lambda \varphi}}{\sigma_{\psi B}^{\lambda \varphi}}$$

Bezüglich der Aufstiegswerte stellt Gl.(4) - unter Weglassen von φ - die endgültigen Skalenwerte dar, bezüglich der Eichwerte stellt Gl.(4) die Skalenwerte der Unterschichten dar. Da je drei Unterschichten eine Schicht bilden, sind die reduzierten Eichskalenwerte noch zu mitteln:

$$(5) \quad \sigma_{1 \mu}^{\lambda} = \frac{1}{3} \sum_{\varphi=1}^3 \sigma_{1 \mu}^{\lambda \varphi} \quad (\mu \neq 0)$$

und

$$(6) \quad \sigma_{10}^{\lambda} = \frac{1}{12} \sum_{\varphi=1}^3 \sum_{\varrho=1}^4 \sigma_{0\varrho}^{\lambda\varphi}$$

Endgültig erhalten wir demnach nach Gl.(5) und (6) die Eichskalenwerte $\sigma_{1\mu}^{\lambda}$ und die Aufstiegsskalenwerte $\sigma_{2\mu\varrho}^{\lambda}$ bzw., einheitlich dargestellt, die reduzierten Skalenwerte $\sigma_{\psi\mu\varrho}^{\lambda}$.

4.212 Die Eichtemperaturen σ_E^{λ} .

Nach der Eichung liegen die Meßergebnisse des Platinthermometers in Widerstandswerten vor (vgl. Abs. 3.3), und zwar pro Schicht λ der Schichtserie σ ein am Anfang der Schicht gemessener Wert $^1\sigma_U^{\lambda}$ und ein am Ende der Schicht gemessener Wert $^2\sigma_U^{\lambda}$. Da die Eichung in einem Dewar-Gefäß stattfindet, sollte die Abweichung beider Werte rein zufälliger Natur sein, weswegen wir mit dem Mittelwert beider Werte weiterrechnen:

$$(1) \quad \sigma_U^{\lambda} = \frac{1}{2} (^1\sigma_U + ^2\sigma_U^{\lambda})$$

Aus den Widerstandswerten σ_U^{λ} lassen sich mit Hilfe der Eichtablelle des Platinthermometers die Eichtemperaturen σ_E^{λ} ermitteln, rechnerisch auf die Weise, daß ein Ausgleichspolynom 6. Grades gebildet wird, das die Eichkurve eines Platinthermometers sehr gut wiedergibt.

Benutzt wurde ein Platinthermometer mit folgender Eichtablelle:

Widerstand [Ω]	Temperatur [$^{\circ}\text{C}$]
64,33	- 90
68,36	- 80
72,37	- 70
76,36	- 60
80,33	- 50
84,29	- 40
88,25	- 30
92,21	- 20
96,15	- 10
100,08	0
103,98	10
107,88	20
111,76	30
115,62	40

Tab. 1

Aus dieser Tabelle wurde mittels eines Normalengleichungssystems (vgl. [ZURMÜHL] V, § 2.2) vom Grade 7 ein Polynom 6. Grades errechnet, womit sich die Eichtemperaturen σ_E^λ ausdrücken lassen:

$$(2) \quad \sigma_E^\lambda = \sum_{\kappa=0}^6 a_\kappa (\sigma_U^\lambda - 64,33)^\kappa \quad \text{in } ^\circ\text{K}$$

Die Koeffizienten a_κ sind:

$$(3) \quad \begin{aligned} a_0 &= 1,831526400 \cdot 10^2 \\ a_1 &= 2,468117643 \cdot 10^0 \\ a_2 &= 2,852485998 \cdot 10^{-3} \\ a_3 &= -5,333929518 \cdot 10^{-5} \\ a_4 &= -5,652944045 \cdot 10^{-7} \\ a_5 &= 3,859697716 \cdot 10^{-8} \\ a_6 &= -3,675285848 \cdot 10^{-10} \end{aligned}$$

Der Fehler der Ausgleichsparabel ergibt sich zu 0,014 $^\circ\text{K}$.

(Da auf Grund früherer Arbeiten ein Programm zur Aufstellung und Lösung eines Normalengleichungssystems vorhanden war, wurde dieses benutzt, woraus sich die zehnstellige Angabe der Koeffizienten erklärt; auf diese Weise erklärt sich auch die Verwendung eines Polynoms 6. Grades: Es wurde eine Grenze für den Fehler der Ausgleichsparabel gesetzt; bei Überschreitung dieser Grenze wiederholte sich das Programm mit einem um 1 erhöhten Grad.)

4.213 Die Aufstiegstemperaturen $\theta_{\mu g}^\lambda$.

Die Eichskalenwerte $\sigma_1 S_\mu^\lambda$ und die zugehörigen Eichtemperaturen σ_E^λ stellen eine Eich-tabelle dar, mit deren Hilfe wir aus den Aufstiegs-skalenwerten $\sigma_2 S_{\mu g}^\lambda$ die Aufstiegstemperaturen $\theta_{\mu g}^\lambda$ ermitteln können. Als gegebene Art der Ermittlung hat sich die Interpolation der Eich-tabelle erwiesen, in der Weise, daß zu einem bestimmten Aufstiegs-skalenwert je zwei zu beiden Seiten benachbarte Eichskalenwerte zur Aufstel-lung eines Interpolationspolynoms 3. Grades herangezogen werden. Es ist davon abzuraten, den Grad des Polynoms höher zu treiben, da da-durch eine störende Welligkeit zwischen den Stützstellen des Polynoms auftritt (vgl. [ZURMÜHL] , IV, § 1.1). Als Formel wird die Lagrangesche Interpolationsformel (vgl. [ZURMÜHL] , IV, § 1.3) benutzt, da sie ma-schinell leichter als die Newtonsche Interpolationsformel anwendbar

ist. Es bleibt noch zu sagen, daß für Randwerte der Eich-tabelle mit einem Polynom 2. Grades inter- bzw. extrapoliert wird; bei einer Extrapolation läßt die Genauigkeit erheblich nach, weswegen solche Fälle möglichst durch entsprechenden Umfang der Eich-tabelle vermieden werden sollten.

Diesen eben beschriebenen Sachverhalt wollen wir nun formal präzisieren.

Gegeben sei eine Tabelle

$$U_v, \quad V_v$$

Für sie gilt:

1. $v = i \dots k$ mit $k - i \geq 2$
2. $U_i < U_{i+1} < \dots < U_v < \dots < U_{k-1} < U_k$

Die U_v seien also der Größe nach geordnet, was immer, evtl. durch Bezeichnungswechsel, möglich ist. Es sei der Wert y gesucht, der gemäß der Tabelle zu einer vorgegebenen Stelle x gehört.

Wir definieren eine Funktion

$$(1) \quad y = \mathcal{L}(x; v=i, k; U_v, V_v)$$

auf folgende Weise:

1. Es existiere ein v derart, daß gilt:

$$U_v < U_{v+1} \leq x < U_{v+2} < U_{v+3}$$

Dann sei: $p = 3$ und

$$y = \sum_{\kappa=v}^{v+p} V_{\kappa} \prod_{\substack{\lambda=v \\ \lambda \neq \kappa}}^{v+p} \frac{x - U_{\lambda}}{U_{\kappa} - U_{\lambda}}$$

Dies ist der Normalfall: Ein Wert x besitzt je zwei zu beiden Seiten benachbarte Stützstellen U_v .

2. Es sei $U_i \leq x < U_{i+1} < U_{i+2}$
oder $x < U_i < U_{i+1} < U_{i+2}$.

Dann gelte: $v = i$, $p = 2$ und

$$y = \sum_{\kappa=v}^{v+p} v_{\kappa} \prod_{\substack{\lambda=v \\ \lambda \neq \kappa}}^{v+p} \frac{x - U_{\lambda}}{U_{\kappa} - U_{\lambda}}$$

In diesem Fall liegt x am "unteren" Rand der Tabelle.

3. Es sei $U_{k-2} < U_{k-1} \leq x < U_k$
 oder $U_{k-2} < U_{k-1} < U_k \leq x$.

Dann gelte: $v = k - 2$, $p = 2$ und

$$y = \sum_{\kappa=v}^{v+p} v_{\kappa} \prod_{\substack{\lambda=v \\ \lambda \neq \kappa}}^{v+p} \frac{x - U_{\lambda}}{U_{\kappa} - U_{\lambda}}$$

In diesem Fall liegt x am "oberen" Rand der Tabelle.

Auf diese Weise ist die Funktion

$$y = \mathcal{L}(x; v=i, k; U_v, V_v)$$

für jedes x definiert und stellt den an einer Stelle x auf Grund einer Tabelle (U_v, V_v) interpolierten Wert dar.

Mit Hilfe der Funktion $\mathcal{L}$ ist es nun einfach, die Aufstiegstemperaturen $\Theta_{\mu g}^{\lambda}$ anzugeben. Die Eich-tabelle

$$\sigma_{1\mu}^{\lambda}, \quad \sigma_E^{\lambda},$$

mit $\lambda = 1 \dots \sigma_1$, ist für jedes μ gegeben, die $\sigma_{1\mu}^{\lambda}$ seien für steigende λ der Größe nach geordnet. Gegeben sind auch die Stellen, an denen interpoliert werden soll: Die Aufstiegsskalenwerte $\sigma_{2\mu g}^{\lambda}$ mit $\lambda = 1 \dots 1$, $\mu = 0 \dots 6$ und - im Fall $\mu = 0$ - $g = 1 \dots 4$. Nach Gl.(1) erhalten wir die Aufstiegstemperaturen:

$$(2) \quad \Theta_{\mu g}^{\lambda} = \mathcal{L}(\sigma_{2\mu g}^{\lambda}; \kappa=1, \sigma_1; \sigma_{1\mu}, \sigma_E^{\lambda})$$

für $\sigma = 1$ und $\sigma = 2$. Dies ergibt pro Schicht 10 Aufstiegstemperaturen $\Theta_{\mu g}^{\lambda}$, nämlich die 4 Lufttemperaturen Θ_{0g}^{λ} und die 6 Plattentemperaturen Θ_{μ}^{λ} .

4.214 Die normierten Temperaturen T_{μ}^{λ} .

Wir haben nun die Aufstiegstemperaturen an den Stellen der Schicht, wo sie gemessen werden. Wir brauchen jedoch die Temperaturen an einer für alle Temperaturen einheitlichen Stelle der Aufstiegsschicht, in der Schichtmitte, da im allgemeinen die Temperaturverhältnisse in einer Schicht sich ändern.

Im folgenden sind drei Fälle zu unterscheiden:

Die Temperaturen der Bodenschichten.

Die Lufttemperaturen der Höhenschichten ($\mu = 0$).

Die Plattentemperaturen der Höhenschichten ($\mu = 1 \dots 6$).

Da die Messung der Werte einer Schicht nicht lange dauert (etwa 2 1/2 Minuten), die Verhältnisse am Boden während dieser Zeit als konstant angesehen werden können, können wir die Bodentemperaturen so, wie sie gemessen werden, weiterverarbeiten. Lediglich die Lufttemperaturen sind zu mitteln, da davon pro Schicht vier Meßwerte vorhanden sind. Demnach folgt für die normierten Temperaturen der Bodenschichten:

$$(1) \quad T_{\mu}^{\lambda} = \theta_{\mu}^{\lambda} \quad \text{für } \mu = 1 \dots 6$$

und

$$(2) \quad T_0^{\lambda} = \frac{1}{4} \sum_{g=1}^4 \theta_{0g}^{\lambda}$$

wobei für λ gilt: $\lambda = 1 \dots q-1$.

Einfach sind auch die normierten Lufttemperaturen der Höhenschichten zu bestimmen; da wir in einer Schicht 4 Meßwerte für die Lufttemperatur haben, interpolieren wir diese 4 Werte in der Schichtmitte, wobei wir innerhalb der Schicht Gleichabständigkeit der Meßwerte annehmen können. Als Meßstellen nehmen wir die Stellen 1, 2, 3 und 4; interpoliert wird an der Stelle 2,5, der Mitte der Meßstellen. So ergibt sich für die normierten Lufttemperaturen mit Hilfe der Funktion (1) aus Abs. 4.213:

$$(3) \quad T_0^{\lambda} = \mathcal{L}(2,5; g = 1,4; g, \theta_{0g}^{\lambda})$$

für $\lambda = q \dots 1$.

Bis jetzt konnten wir die normierten Werte aus den Meßwerten der

Schicht selbst bestimmen. Dies ist für die Plattentemperaturen der Höhenschichten nicht mehr möglich, denn um die Plattentemperaturen in der Schichtmitte bestimmen zu können, brauchen wir die Plattentemperaturen in der Umgebung der Schichtmitte, d.h. also, wir brauchen außer den Meßwerten selbst noch Meßwerte von benachbarten Schichten.

Wir wollen wieder unsere Art zu interpolieren verwenden, also die zu einer bestimmten Schichtmitte gehörenden 4 Nachbarmeßstellen der Plattentemperaturen heranziehen.

Seien t_{μ}^{λ} die Meßzeiten der Aufstiegstemperaturen Θ_{μ}^{λ} für $\mu = 1 \dots 6$; dann bildet

$t_{\mu}^{\lambda}, \Theta_{\mu}^{\lambda}$
eine Tabelle, aus der wir die Werte T_{μ}^{λ} zur Zeit der Schichtmitte t^{λ} mit Hilfe der Funktion (1) aus Abs. 4.213 angeben können:

$$(4) \quad T_{\mu}^{\lambda} = \mathcal{L}(t^{\lambda}; \kappa = q, 1; t_{\mu}^{\kappa}, \Theta_{\mu}^{\kappa})$$

mit $\mu = 1 \dots 6$.

Wir könnten die Meßzeiten t_{μ}^{λ} messen, doch gelingt es, die Meßzeiten t_{μ}^{λ} aus den Zeiten der Schichtmitten t^{λ} zu bestimmen, wie jetzt gezeigt werden soll.

Betrachten wir zunächst die zeitlichen Abstände der Schichtmitten während eines Aufstiegs. Im Idealfall blieben diese konstant, und eine Schicht folgte lückenlos auf die andere, was schon wegen der Druckmessung nicht möglich ist (vgl. Abs. 3.4). Wir haben zwei voneinander unabhängige Änderungen der zeitlichen Abstände zu unterscheiden:

1. eine stetige und ziemlich langsame Änderung des Abstands der Schichtmitten auf Grund einer Änderung der Schaltgeschwindigkeit, mit der die einzelnen Temperaturen abgegriffen werden (vgl. Abs. 3.2),
2. eine sprunghafte Änderung des Abstandes der Schichtmitten; diese rührt daher, daß eine oder mehrere Schichten auf Grund von Druckmessungs- oder Empfangsstörungen ausfallen. Es entsteht also in der Folge der Schichten eine Lücke.

Wir führen nun neben dem Zeitmaß für die Meßstellen der Temperaturen ein Maß "Normalabstände" ein. Der Normalabstand zwischen zwei Schichten, die lückenlos aufeinanderfolgen, sei 1; er erhöhe sich jeweils um eine Einheit für jede ausgefallene Schicht. Wir bezeichnen die Normalabstände der Schichtmitten von einem festen Ursprung aus mit z^{λ} . Die-

sen Ursprung legen wir fest durch:

$$z^q = 1.$$

Im Gegensatz zum zeitlichen Abstand der Schichtmitten

$$t^\lambda - t^{\lambda-1}$$

kennt nun der Normalabstand der Schichtmitten

$$z^\lambda - z^{\lambda-1}$$

nur sprunghafte Änderungen.

Weiter geben wir die Meßstellen der Temperaturen θ_μ^λ in Normalabständen k_μ von der Schichtmitte an; wir entnehmen aus Abb. 1:

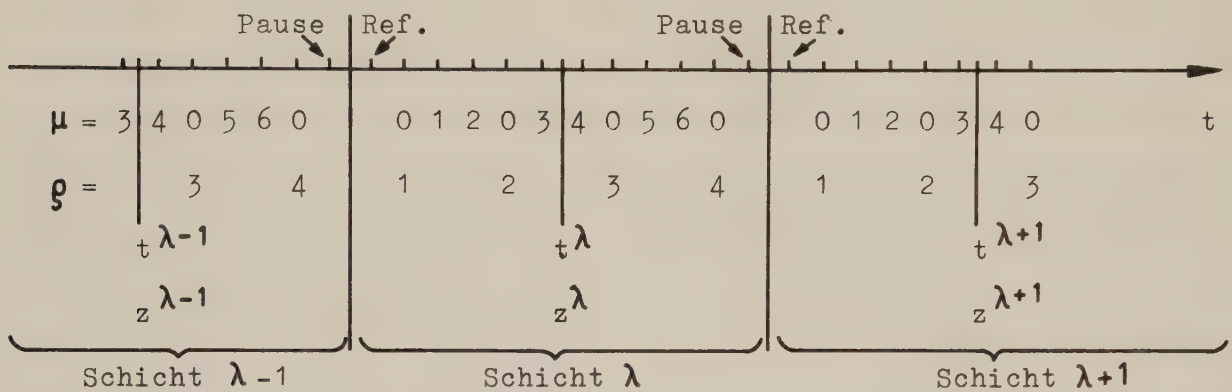


Abb. 1

$$(5) \quad \begin{aligned} k_1 &= -7/24 \\ k_2 &= -5/24 \\ k_3 &= -1/24 \\ k_4 &= 1/24 \\ k_5 &= 5/24 \\ k_6 &= 7/24 \end{aligned}$$

In Normalabständen angegeben, wird demnach die Aufstiegstemperatur an der Meßstelle $z^\lambda + k_\mu$ gemessen.

Nun können wir die Meßzeiten t_μ^λ als Funktion der Zeiten t^λ und der Normalabstände z^λ angeben. Wir legen die Tabelle

$$z^\lambda, \quad t^\lambda$$

zugrunde und interpolieren an der Stelle $z^\lambda + k_\mu$ (vgl. Abb. 2).

In der Tabelle läuft λ von $q-1$ bis $l+1$, damit Extrapolationen vermieden werden. Auf diese Weise erhalten wir die Meßzeiten t_μ^λ .

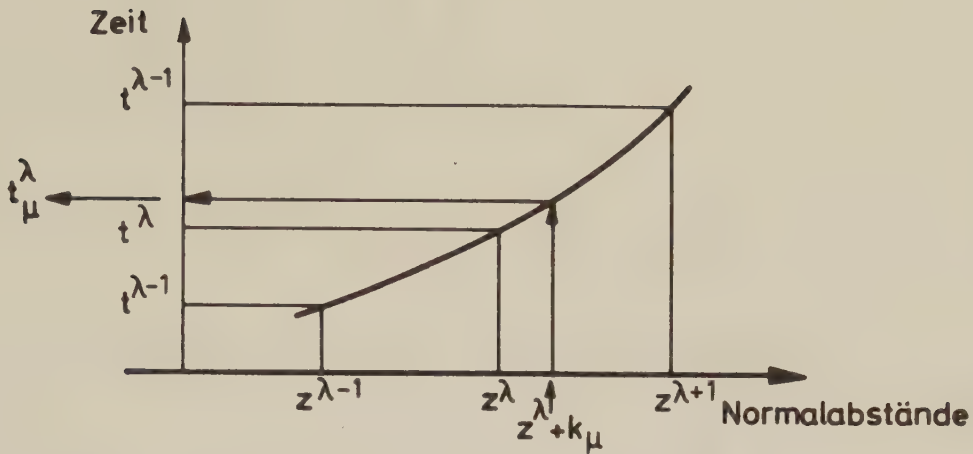


Abb. 2

Es genügt völlig, ein Polynom 2. Grades heranzuziehen. Benutzen wir die Funktion (1) aus Abs. 4.213, so gilt:

$$(6) \quad t_{\mu}^{\lambda} = \mathcal{L}(z^{\lambda} + k_{\mu}; \kappa = \lambda - 1, \lambda + 1; z^{\kappa}, t^{\kappa})$$

Führen wir die Größen

$$(7) \quad \delta z_{\kappa}^{\lambda} = z^{\lambda + \kappa} - z^{\lambda}$$

ein, so können wir für Gl.(6) auch schreiben:

$$(8) \quad t_{\mu}^{\lambda} = \mathcal{L}(k_{\mu}; \kappa = -1, 1; \delta z_{\kappa}^{\lambda}, t^{\lambda + \kappa})$$

Allgemein ist nach Gl.(7)

$$(9) \quad \delta z_0^{\lambda} = 0 \quad \text{und} \quad \delta z_{-1}^{\lambda} = -\delta z_1^{\lambda-1}$$

δz_1^{λ} ist nach einer lückenlosen Folge der Aufstiegsschichten stets 1; handelt es sich also um eine solche Folge, so lassen sich die Meßzeiten t_{μ}^{λ} nach Gl.(8) allein aus den Zeiten der Schichtmitten t^{λ} bestimmen. Zur Berücksichtigung der Lücken genügen als zusätzliche Angabe die Werte δz_1^{λ} , für die gilt:

$$\delta z_1^{\lambda} \neq 1.$$

4.215 Die zeitlichen Temperaturänderungen T_7^λ

Die normierten Temperaturen T_μ^λ stellen 6 von der Zeit abhängige Funktionen $T_\mu(t)$ dar, deren Ableitungen $\frac{\partial T_\mu}{\partial t}$ an den Stellen t^λ wir nun ermitteln wollen. Da uns ein geschlossener Ausdruck für die Funktionen $T_\mu(t)$ fehlt, sind wir auf ein numerisches Verfahren angewiesen. In Frage kommt allein ein Verfahren mit Hilfe von Ausgleichsparabeln; von Interpolationsparabeln ist abzuraten, da der Prozeß des Differenzierens besonders empfindlich gegenüber Schwankungen der Funktionswerte ist (vgl. [ZURMÜHL], VI § 2.4).

Um die Ableitung $\frac{\partial T_\mu}{\partial t}$ an der Stelle t^λ zu ermitteln, entnehmen wir der Tabelle

$$t^x, T_\mu^x$$

die Werte $t^{\lambda-2}, t^{\lambda-1}, t^\lambda, t^{\lambda+1}, t^{\lambda+2}$ nebst den zugehörigen Temperaturen T_μ^λ und bilden daraus eine Ausgleichsparabel 2. Ordnung

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2;$$

hier steht x für $t - t^\lambda$ und y für die ausgeglichenen Temperaturwerte.

Der Ableitung $\frac{\partial T_\mu}{\partial t}$ an der Stelle $t = t^\lambda$ entspricht nun die Ableitung y' an der Stelle $x = 0$:

$$y' = a_1 + 2a_2 x$$

$$(1) \quad y' \Big|_{x=0} = a_1$$

Der Koeffizient a_1 der Ausgleichsparabel liefert uns demnach die Ableitung $\frac{\partial T_\mu}{\partial t} \Big|_{t=t^\lambda}$.

Es bleibt noch die Behandlung der Randstellen $t^q, t^{q+1}, t^{l-1}, t^l$ der Tabelle zu besprechen. Wir gehen hier so vor, daß wir die Koeffizienten a_1 und a_2 für $\lambda = q+2$ bzw. $\lambda = l-2$ errechnen und die Ableitungen nach Gl.(1) durch Einsetzen der entsprechenden Werte $x = t^\lambda - t^{q+2}$ bzw. $x = t^\lambda - t^{l-2}$ ermitteln.

Den eben beschriebenen Sachverhalt wollen wir nun formal präzisieren.

Gegeben sei eine Tabelle

$$x_k, y_k,$$

für die gilt:

$$1. \quad \kappa = i \dots k \quad \text{mit} \quad k - i \geq 5$$

$$2. \quad x_i < x_{i+1} < \dots < x_\kappa < \dots < x_{k-1} < x_k$$

Wir definieren drei Funktionen $\Gamma(\kappa; v; x_v)$, $\Gamma_1(\kappa; v; x_v, y_v)$ und $\Gamma_2(\kappa; v; x_v, y_v)$ durch:

$$\begin{aligned} \Gamma(\kappa; v; x_v) &= \begin{vmatrix} 5 & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^2 \\ \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^2 & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^3 \\ \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^2 & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^3 & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^4 \end{vmatrix} \\ \Gamma_1(\kappa; v; x_v, y_v) &= \begin{vmatrix} 5 & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} y_\kappa & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^2 \\ \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa y_\kappa & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^3 \\ \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^2 & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^2 y_\kappa & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^4 \end{vmatrix} \\ \Gamma_2(\kappa; v; x_v, y_v) &= \begin{vmatrix} 5 & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} y_\kappa \\ \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^2 & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^2 y_\kappa \\ \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^2 & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^3 & \sum_{\kappa=v-2}^{v+2} x_\kappa^2 y_\kappa \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Für v gilt: $i+2 \leq v \leq k-2$.

Diese Funktionen stellen die Determinanten dar, die nach der Cramerschen Regel zur Errechnung der Koeffizienten der Ausgleichsparabeln a_1 und a_2 aus den Normalengleichungen dienen (vgl. [ZURMÜHL], VI, § 2).

Bezeichnen wir mit D_μ^λ die mit Hilfe von Ausgleichsparabeln ermittelten Ableitungen der normierten Temperaturen an den Stellen t^λ , so gilt:

$$D_{\mu}^{\lambda} = \frac{\Gamma_1(\kappa; \lambda; t^{\kappa} - t^{\lambda}, T_{\mu}^{\kappa} - T_{\mu}^{\lambda})}{\Gamma(\kappa; \lambda; t^{\kappa} - t^{\lambda})} \quad \text{f. } \lambda = q+2 \dots 1-2,$$

$$(5) \quad D_{\mu}^{\lambda} = D_{\mu}^{q+2} + 2 \cdot \frac{\Gamma_2(\kappa; q+2; t^{\kappa} - t^{q+2}, T_{\mu}^{\kappa} - T_{\mu}^{q+2})}{\Gamma(\kappa; q+2; t^{\kappa} - t^{q+2})} \quad \text{f. } \lambda = q, q+1,$$

$$D_{\mu}^{\lambda} = D_{\mu}^{1-2} + 2 \cdot \frac{\Gamma_2(\kappa; 1-2; t^{\kappa} - t^{1-2}, T_{\mu}^{\kappa} - T_{\mu}^{1-2})}{\Gamma(\kappa; 1-2; t^{\kappa} - t^{1-2})} \quad \text{f. } \lambda = 1-1, 1.$$

Nach Absatz 2.223 ergibt sich der Mittelwert der zeitlichen Änderung T_7^{λ} gemäß der Gleichung :

$$(6) \quad T_7^{\lambda} = \frac{1}{6} \sum_{\mu=1}^6 D_{\mu}^{\lambda} \quad \text{für } \lambda = q, \dots, 1.$$

Bisher wurde nur der Fall $\lambda \geq q$ behandelt. Für $\lambda < q$, also für die Bodenmessungen, werden die Temperaturen zeitunabhängig angenommen, es gilt demnach:

$$(7) \quad T_7^{\lambda} = 0 \quad \text{für } \lambda = 1 \dots, q-1$$

Auch im Fall, daß für einen Aufstieg die Bedingung $1 - q \geq 5$ nicht erfüllt ist, machen wir notgedrungen von Gl.(7) Gebrauch.

4.216 Die Meßfühlerheizung H.

Nach Absatz 2.222 Gl.(3) ergibt sich die Meßfühlerheizung H zu

$$(1) \quad H = \frac{R \cdot I^2}{F}$$

R ist der Ohmsche Widerstand des in jeder Platte eingebauten Heizdrahtes und wird in Ω gemessen. I ist der durch den Widerstand R fließende Strom und wird - kurz vor Beginn des Aufstiegs - in A gemessen. F ist die kreisförmige Fläche der Meßfühlerplatte, deren Durchmesser 3,9 cm beträgt.

Demnach hätte H die Dimension $\frac{\Omega A^2}{\text{cm}^2} = V \cdot A \cdot \text{cm}^{-2}$. Damit die Dimension von H mit den Dimensionen der übrigen Größen übereinstimmt (vgl. σ und γ in Abs. 2.335), muß in Gl.(1) noch ein Faktor hinzutreten, damit wir H in der Dimension $\text{cal min}^{-1} \text{cm}^{-2}$ erhalten. Dieser Faktor errechnet sich gemäß der Dimensionsgleichung

$$1 \text{ V} \cdot \text{A} \cdot \text{sec} \hat{=} 0.2389 \text{ cal}$$

(nach [POHL 1]) zu

$$14.334 \quad .$$

Demnach ergibt sich für die Meßfühlerheizung H in der Dimension $\text{cal cm}^{-2} \text{min}^{-1}$:

$$H = 14.334 \cdot \frac{R \cdot I^2}{F} = \frac{4 \cdot 14.334}{3,9^2 \cdot 3,1416} \cdot R \cdot I^2 \quad .$$

also

$$(2) \quad H = 1.2 \cdot R \cdot I^2 \quad .$$

4.217 Die Druck- und Höhenwerte der Schichten

Wie in Absatz 3.2 ausgeführt wurde, wird beim Aufstieg der Druck durch eine mitgeführte Druckdose dadurch gemessen, daß die Erreichung gewisser Druckstufen angezeigt wird; da auch die Zeiten, an denen diese Druckstufen erreicht werden, gemessen werden, ist auf diese Weise die Erstellung einer Tabelle

$$t(\eta) \quad , \quad p(\eta)$$

möglich. η läuft von 1 bis m; m bezeichnet demnach die Anzahl der Druckstufen. Ermitteln wir aus dem Druck $p(\eta)$ die zugehörige Höhe $h(\eta)$, so erhalten wir eine zweite Tabelle

$$t(\eta) \quad , \quad h(\eta) \quad ,$$

die die Abhängigkeit der Aufstiegshöhe von der Zeit angibt.

Uns interessiert nun der Druck p^λ bzw. die Höhe h^λ der Aufstiegsschichten, genauer, der Schichtmitten. Diese erhalten wir, wenn wir die Tabellen an den Stellen t^λ interpolieren.

Ziehen wir die Funktion (1) aus Abs. 4.213 heran, so lassen sich die Werte p^λ und h^λ leicht angeben:

$$(1) \quad p^\lambda = \mathcal{L}(t^\lambda; \eta = 1, m; t(\eta), p(\eta))$$

$$(2) \quad h^\lambda = \mathcal{L}(t^\lambda; \eta = 1, m; t(\eta), h(\eta))$$

Für λ gilt: $\lambda = q, \dots, 1$.

4.22 Die Ermittlung der Temperaturen in operativer Schreibweise

4.221 Begründung und Grundsätzliches zur operativen Schreibweise

In Absatz 4.21 wurde die mathematische Lösung eines Problems gegeben. Wird, wie hier, die praktische Lösung des Problems durch eine elektronische Datenverarbeitungsanlage durchgeführt, so ist es üblich, ein Blockdiagramm oder ein Programm in einer Programmierungssprache (im folgenden soll "Blockdiagramm" für beide Möglichkeiten stehen) anzugeben, wobei es bei komplexeren Problemen offen bleibt, auf welche Weise der Übergang von der mathematischen Lösung zum Blockdiagramm bewerkstelligt wurde; hinzu kommt, daß, je komplexer das Problem ist, um so undurchsichtiger die Beziehung zwischen der mathematischen Lösung und dem Blockdiagramm wird, weil beide Darstellungen unter völlig verschiedenen Aspekten aufgestellt werden: Die Darstellung der mathematischen Lösung eines Problems zeigt die innerhalb des Problems obwaltenden Gesetzmäßigkeiten auf, das Blockdiagramm stellt eine Folge von einfachsten Anweisungen dar, die, exakt auf ein entsprechendes Datenmaterial angewandt, die Ergebniswerte liefern. Kürzer gesagt: Die Darstellung einer mathematischen Lösung (sie soll im folgenden "normative Schreibweise" genannt werden) bringt die Gesetzmäßigkeiten, das Blockdiagramm zeigt auf das einfachste reduzierte Regeln, um Ergebniswerte zu erhalten; beide Darstellungen sind im Hinblick auf die Ergebniswerte zulässige Beschreibungen des Problems, jedoch ist der Übergang von der normativen Schreibweise zum Blockdiagramm nicht ohne weiteres möglich. Hier setzt nun die "operative Schreibweise" ein. Ohne Schwierigkeiten kann man von der normativen Schreibweise auf die 1. Fassung

(den 1. Schrieb) der operativen Schreibweise übergehen, was dadurch geschieht, daß der verbindende Text der normativen Darstellung durch bestimmte "operative" Zeichen ausgedrückt wird; dies entspricht einem Übergang von Gesetzmäßigkeiten zu beliebig komplexen Regeln. Mit Hilfe gewisser für die operative Schreibweise gültiger Regeln (genauer: Metaregeln) geht man nun vom 1. Schrieb zu weiteren Schrieben über, wodurch die anfangs komplexen Regeln von Schrieb zu Schrieb vereinfacht werden, bis die Regeln des letzten Schriebs von der für das Blockdiagramm geforderten Einfachheit sind. Von diesem letzten Schrieb wird rein formal auf das Blockdiagramm übergegangen.

Es sei noch erwähnt, daß u.a. von dem Verhältnis des Umfangs des Problems zu der Speicherkapazität der zur Verfügung stehenden Datenverarbeitungsanlage abhängt, nach welchen Regeln der 1. Schrieb weiter verarbeitet wird. Hier werden Regeln angegeben, die einen kleinen Speicherbedarf gewährleisten, was bei dem Umfang des hier vorliegenden Problems ratsam erscheint.

Im folgenden werden die Elemente der operativen Schreibweise gebracht, soweit sie für diese Arbeit benutzt werden.

4.222 Die Zeichen und Regeln der operativen Schreibweise

Wir gehen davon aus, daß gewisse mathematische Formeln auf ein vorgegebenes Datenmaterial angewendet werden sollen zum Zweck der Auswertung des Datenmaterials. Wir ordnen das vorgegebene Datenmaterial in einer bestimmten Reihenfolge an und bauen mit Hilfe der mathematischen Formeln und gewisser operativer Zeichen eine Folge von Anweisungen, ein Programm, auf, derart, daß - wenn dieses Programm Anweisung nach Anweisung auf das Datenmaterial angewendet wird - zum Schluß die gewünschten Ergebniswerte erhalten werden.

Zunächst brauchen wir eine Aufstellung der für die operative Schreibweise zugelassenen Zeichen und Symbole. Zugelassen sind alle Zeichen und Symbole der normativen Schreibweise. Lediglich die Klammern werden auf die runden eingeschränkt, und das Zeichen " $=$ " wird nur als Relation, nicht als Wertzuordnung, benutzt. Weiter sind alle Ausdrücke des Aussagenkalküls der formalen Logik zugelassen (vgl. z.B. [BOCHENSKI], [LORENZEN]); in dieser Arbeit werden die in [LORENZEN] angegebenen Symbole benutzt: $\wedge$ für die Konjunktion, $\vee$ für die nichtausschließende

Disjunktion (Adjunktion), $\sqcup$ für die Kontravalenz (Bisubtraktion), $\sqcap$ für die (materiale) Äquivalenz (Bisubjunktion)).

Seien $\alpha, \beta, \dots$ Anweisungen, $p, q, \dots$ Aussagen im Sinne des Aussagenkalküls, $A, B, \dots$ Größen, also Ausdrücke, denen ein Wert zugeordnet werden kann, $f(A, B, \dots), \dots$ Funktionen, $K, \dots$ Kennzeichnungen, $i, j, \dots$ ganze Zahlen und $\mu, \nu, \dots$ Indizes; an speziellen Zeichen werden eingeführt:

$A \Rightarrow B$

Wertzuordnung; der Wert der Größe A wird der Größe B zugeordnet. Auch die Form $A \Rightarrow (D, E, \dots)$ ist

$A \Rightarrow (D, E, \dots)$

möglich: Der Wert der links vom Zeichen " " stehenden Größe wird allen rechts davon stehenden Größen zugeordnet. Die Wertzuordnung ist auch für Aussagen zulässig: $p \Rightarrow q$ heißt, der Wahrheitswert der Aussage p wird der Aussagenvariablen q zugeordnet.

$p: [\alpha, \dots] [\beta, \dots]$

Bedingte Anweisung; ist p wahr, so werden die Anweisungen in der ersten Klammer, ist p falsch, die Anweisungen in der zweiten Klammer ausgeführt.

$p: [\alpha, \dots]$

Auch die Form $p: [\alpha, \dots]$ ist möglich: Ist p wahr, dann werden die Anweisungen in der Klammer ausgeführt, ist p falsch, dann wird der ganze Ausdruck übergangen.

$(p: [A] [B])$

Bedingte Größe; der Klammerausdruck ist eine Größe, die, wenn p wahr ist, die Größe A , wenn p falsch ist, die Größe B darstellt.

$\downarrow$
 A

Wertzuordnung aus den vorhandenen Daten; der Größe A wird der Wert aus dem Datenmaterial zugeordnet, der gerade an der Reihe ist (Eingabe). Der Wert der Größe A wird als Ergebniswert gekennzeichnet (Ausgabe).

A
 $\downarrow$
 $\bigcup_{v=i}^k \{ \alpha, \beta, \dots \}$

Zyklus, einfache Form; die Anweisungen in der Klammer werden der Reihe nach, für $v = i, i+1, \dots, k$ ausgeführt. Ist $i > k$, so wird der Zyklus übersprungen. Für $\bigcup_{v=i}^k \{ \dots \}$ wird auch kürzer $\bigcup_{v=i}^k \{ \dots \}$ geschrieben.

$\bigcup_{v=i}^k \{ \alpha, \dots \}$

$\bigcup_{v=i}^k$
 $\bigcirc$
 $\{ \alpha, \beta, \dots \}$

Zyklus, allgemeinere Form; die Anweisungen in der Klammer werden der Reihe nach, für $v = i, i+j, i+2j, \dots$ ausgeführt, solange bei $j > 0$ $i + \kappa j \leq k$,

bei $j < 0$ $i + nj \geq k$ ist. Ist $i > k$ bei $j > 0$, $i < k$ bei $j < 0$, so wird der Zyklus übersprungen. Die Zykluszeichen sind in beliebiger Weise aneinanderreihbar, wobei dann die Zyklusvariable der Reihe nach die bei den einzelnen Zykluszeichen angegebenen Werte annimmt.

K: Kennzeichnung; Stelle des Programms, die besonders gekennzeichnet werden soll. Beim normalen Verlauf spielt die Kennzeichnung keine Rolle.

→K Änderung der Reihenfolge (Sprung); es wird an der Stelle, die durch "K:" gekennzeichnet ist, fortgefahren.

K: $\langle \alpha, \beta, \dots \rangle$ Unterprogramm; die in den Klammern stehenden Anweisungen werden im normalen Ablauf übergangen; sie werden nur ausgeführt, wenn vorher ein Sprung nach K stattgefunden hat.

f(A,B,...): $\langle \alpha, \beta, \dots \rangle$ Funktionsprogramm; kommt in eine Anweisung eine Funktion $f(C,D,\dots)$ vor, so muß diese Funktion selbst operativ aufgeschlüsselt sein, d.h., an irgendeiner Stelle des Programms in einer Folge von Anweisungen vorliegen. Diese Folge liegt vor in dem durch $f(A,B,\dots)$ gekennzeichneten Unterprogramm, wobei im speziellen Fall die expliziten Unterprogrammgrößen A,B,... durch die aktuellen Größen C,D,... ersetzt sind. Im Funktionsprogramm haben wir ein Beispiel eines Unterprogramms, in dem explizit Unterprogrammgrößen auftreten. Es sei erwähnt, daß als explizite Unterprogrammgrößen auch Ergebnisgrößen, also Größen, die erst innerhalb des Unterprogramms einen Wert erhalten, und Kennzeichnungen auftreten können, wodurch ein solches Unterprogramm für sich eine Anweisung darstellt.

Anweisungen sollten deutlich, z.B. durch Kommata voneinander getrennt sein. Es gilt das Klammerschachtelungsgesetz: In umgekehrter Reihenfolge, in der die Anfangsklammern gesetzt werden, sind die Endklammern zu setzen. Zur besseren Übersicht können unter den Klammern Kennzeichnungen angebracht werden, z.B. unter der Endklammer eines Zyklus die Zyklusvariable: " $\downarrow$ ".

Es gelten folgende Prioritätsregeln:

1. arithmetische Zeichen, wie +, -, ·, ... und hier die übliche Rangordnung.
2. Relationen, wie =, < , ≥ , ... und die Zuordnung ⇒
3. logische Verknüpfungen, wie ∧ , ∨ , ¬ , ⊂ , ...

Das soll heißen, daß in einem Ausdruck die Zeichen in der Reihenfolge der Prioritätsregeln behandelt werden, es sei denn, Klammern schreiben eine andere Reihenfolge vor.

Mit Hilfe des eingeführten Zeichenvorrats können wir nun den Gang der Auswertung für ein vorgegebenes und geordnetes Datenmaterial operativ beschreiben.

Beim ersten Schrieb benutzen wir möglichst genau die Formeln, wie sie uns die normative Schreibweise bereitgestellt hat; für die verbindenden und erklärenden Worte stehen die operativen Zeichen. Es ist offensichtlich, daß die Folge der Anweisungen davon abhängt, in welche Reihenfolge die Eingangsdaten gebracht wurden. Wesentlich ist, daß ein sukzessiver Verlauf gewährleistet ist, d.h., daß alle vorkommenden Größen mit einem Wert belegt sind, es sei denn, sie stehen rechts von dem Zeichen "⇒" oder unter dem Zeichen "↓"; nichtbelegte Größen sollten zumindest durch Unterstreichen als solche kenntlich gemacht werden. Funktionszeichen können in beliebiger Anzahl vorkommen, ihre Aufschlüsselung erfolgt in weiteren Schrieben an Ort und Stelle oder in Funktionsprogrammen.

Beim Überarbeiten hat man grundsätzlich völlige Freiheit im Einführen von Hilfsgrößen. Weiter werden die unter gewissen Voraussetzungen, deren genaue Präzisierung den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde, gültigen Regeln benutzt (das Zeichen "≐" bedeutet hier "entspricht" oder "kann ersetzt werden durch ... und umgekehrt"):

$$\dots \alpha, \mathcal{L}, \dots \hat{=} \dots \mathcal{L}, \alpha, \dots$$

$$\bigcap_{v=i}^k \left\{ \bigcap_{\mu=1}^m \{ \alpha, \mathcal{L}, \dots \} \right\} \hat{=} \bigcap_{\mu=1}^m \left\{ \bigcap_{v=i}^k \{ \alpha, \mathcal{L}, \dots \} \right\}$$

$$p: [q: [\alpha, \dots]] \hat{=}_{q\ p} p \wedge q: [\alpha, \dots] \hat{=}_{\wedge} q: [p: [\alpha, \dots]] \hat{=}_{p\ q}$$

Verbindungsregeln:

$$\prod_{v=i}^k \{ \alpha, \dots \}, \mathcal{L}, \dots \prod_{v=i}^k \{ \mathcal{C}, \dots \} \triangleq \prod_{v=i}^k \{ \alpha, \dots v = i: [\mathcal{L}, \dots], \mathcal{C}, \dots \}_v$$

$$\prod_{v=i}^k \{ \alpha, \dots v = k: [\mathcal{L}, \dots \prod_{\mu=i}^k \{ \mathcal{C}, \dots \}_\mu, \mathcal{D}, \dots]_\mu, \dots \}_v \triangleq$$

$$\prod_{v=i}^k \{ \alpha, \dots v = i: [\mathcal{L}, \dots]_v, \mathcal{C}, \dots v = k: [\mathcal{D}, \dots]_v, \dots \}_v$$

Verschiebungsregeln:

$$\alpha, \mathcal{L}, \dots \mathcal{C} \triangleq \mathcal{L}, \dots \mathcal{C}, \alpha$$

$$\dots, \prod_{v=i}^k \{ \dots \alpha, \dots \mathcal{L}, \dots \}_v, \dots \triangleq \dots \alpha, \prod_{v=i}^k \{ \dots \}_v, \mathcal{L}, \dots$$

$$p: [\dots \alpha, \dots \mathcal{L}, \dots \mathcal{D}, \dots] [\dots \alpha, \dots \mathcal{C}, \dots \mathcal{D}, \dots] \triangleq \alpha, \dots p: [\dots \mathcal{L}, \dots] [\dots \mathcal{C}, \dots], \mathcal{D}, \dots$$

Diese Regeln gelten auch für zusammengesetzte Größen (Größen wie z.B. $(A+B)$) und Funktionen, eventuell durch Einführen von Hilfsgrößen; mit ihrer Hilfe vermeidet man das mehrmalige Errechnen ein und derselben Werte: Sei (A) eine in einer Anweisung auftretende zusammengesetzte Größe oder Funktion; es gelten die Regeln:

$$\dots \alpha, \dots (A) \dots \triangleq \dots, (A) \Rightarrow \bar{A}, \dots \alpha, \dots \bar{A} \dots$$

$$\prod_{v=i}^k \{ \dots (A) \dots \} \triangleq (A) \Rightarrow \bar{A}, \prod_{v=i}^k \{ \dots \bar{A}, \dots \}$$

$$p: [\dots (A) \dots] [\dots (A) \dots] \triangleq (A) \Rightarrow \bar{A}, p: [\dots \bar{A} \dots] [\dots \bar{A} \dots]$$

Streichungsregel (für indizierte Größen):

Indizes, die zwischen der ersten Wertbelegung einer zugehörigen Größe und dem letzten Auftreten dieser Größe nicht explizit benutzt werden, werden gestrichen.

Ersetzungsregel:

In der Folge der Anweisungen früher auftretende Größen- oder Indexbezeichnungen werden durch später auftretende Größen- oder Indexbezeichnungen ersetzt, wenn diese bis dahin noch nicht aufgetreten sind, oder umgekehrt.

Mit Hilfe dieser Regeln gelangt man zu dem letzten Schrieb einer Auswertung, von dem man rein formal unter Zuhilfenahme gewisser Regeln auf eine Programmierungssprache oder auf ein Blockdiagramm übergehen kann.

4.223 Die Ermittlung der Temperaturen in operativer Schreibweise

Wie im letzten Absatz mehrmals betont, steht vor jedem Übergang von der normativen Schreibweise zur operativen Schreibweise die Aufstellung eines Ordnungsschemas für das vorhandene Datenmaterial. Für das Datenmaterial des hier behandelten Problems sei folgendes Ordnungsschema gewählt:

$${}^1_1 1, {}^1_2 1, {}^2_1 1, {}^2_2 1, q \quad (\text{wobei } {}^2_2 1 = 1 \text{ ist})$$

$${}^1\sigma_U \lambda, {}^2\sigma_U \lambda \quad \lambda = 1 \dots \sigma_1 1 \quad (\text{vgl. Abs. 4.212})$$

$$\left. \begin{array}{l} {}^1\sigma_B \lambda \varphi, {}^2\sigma_B \lambda \varphi, \sigma_{1Q_0 1} \lambda \varphi, \dots, \sigma_{1Q_6} \lambda \varphi \\ \left\{ \begin{array}{l} \lambda = 1, \dots, \sigma_1 1 \\ \text{pro } \lambda : \varphi = 1 \dots 3 \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (\text{vgl. Abs. 4.211})$$

$$\left. \begin{array}{l} {}^1\sigma_B \lambda, {}^2\sigma_B \lambda, \sigma_{2Q_0 1} \lambda, \dots, \sigma_{2Q_6} \lambda \\ (-\delta z_1^\lambda,) t^\lambda \end{array} \right\} \begin{array}{l} \lambda = 1 \dots {}^1_2 1, \text{ bzw. } {}^1_2 1 + 1 \dots {}^2_2 1 \\ \lambda = 1 \dots 1 \end{array} \quad (\text{vgl. Abs. 4.214})$$

$$\left. \begin{array}{l} m \\ t(\eta), p(\eta), h(\eta) \end{array} \right\} \quad \eta = 1 \dots m \quad (\text{vgl. Abs. 4.217})$$

$$R, I \quad (\text{vgl. Abs. 4.216})$$

Die Klammer in der 5. Zeile bedeutet "eventuell"; dies muß erklärt werden: Wie im Absatz 4.214 gezeigt, ist δz_1^λ bei einer lückenlosen Folge der Aufstiegsschichten stets 1; es braucht also nur angegeben werden, wenn $\delta z_1^\lambda \neq 1$ ist. Dazu notwendig ist, irgendwie zu kennzeichnen, daß ein Wert des Datenmaterials nicht t^λ , sondern δz_1^λ ist. Da das hier behandelte Problem invariant gegenüber Zeittranslationen ist, können wir $t^\lambda > 0$ für alle λ setzen, und da $\delta z_1^\lambda > 0$ (nach Gl.4.214(7)), $-\delta z_1^\lambda < 0$ ist, setzen wir fest: Werte, die kleiner als 0 sind, werden als $-\delta z_1^\lambda$ erkannt, Werte, die größer als 0 sind, werden als t^λ erkannt. Auf diese Weise können wir die δz_1^λ , soweit notwendig, innerhalb der t^λ anordnen.

Gemäß dem Ordnungsschema der Eingangsdaten gestaltet sich der 1.

Schrieb des hier behandelten Problems wie folgt:

$$1 \quad \begin{array}{ccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1_1, & 2_1, & 1_1, & 2_1, & q \end{array}$$

$$2 \quad \prod_{\sigma=1}^2 \left\{ \prod_{\lambda=1}^{\sigma_1} 1\sigma_U^\lambda, 2\sigma_U^\lambda, \frac{1}{2}(1\sigma_U^\lambda + 2\sigma_U^\lambda) \Rightarrow \sigma_U^\lambda, \right. \quad 4.212(1)$$

$$3 \quad \sum_{\kappa=0}^6 \frac{a_\kappa}{\kappa} (\sigma_U^\lambda - 64.33)^\kappa \Rightarrow \sigma_E^\lambda, \quad 4.212(2)$$

$$4 \quad \prod_{\psi=1}^2 \left\{ \frac{\prod_{\lambda=(\psi=2\wedge\sigma=2: [1_1+1][1])}^{\sigma_1} \psi^\lambda}{\psi^\lambda} [\psi = 1: [\prod_{\varphi=1}^3 \{ 1\sigma_B^{\lambda\varphi}, 2\sigma_B^{\lambda\varphi}, \right.$$

$$5 \quad \prod_{\mu=0}^6 \left\{ \mu = 0: [\prod_{\varrho=1}^4 \{ 1\sigma_B^{\lambda\varphi} + \frac{\pi\mu\varrho}{12} (2\sigma_B^{\lambda\varphi} - 1\sigma_B^{\lambda\varphi}) \Rightarrow \sigma_B^{\lambda\varphi} \mu_\varrho, \right. \quad 4.211(2)$$

$$6 \quad \sigma_B^{\lambda\varphi} \psi_{Q\mu\varrho}^\lambda,$$

$$7 \quad \sigma_B \cdot \frac{\sigma_B^{\lambda\varphi} \psi_{Q\mu\varrho}^\lambda}{\sigma_B^{\lambda\varphi} \psi_{B\mu\varrho}^\lambda} \Rightarrow \sigma_{S\mu\varrho}^{\lambda\varphi}, \quad 4.211(4)$$

$$8 \quad \psi = 1: [\mu=0: [\prod_{\varrho} \{ \frac{1}{12} \sum_{\varphi=1}^3 \sum_{\varrho=1}^4 \sigma_{1S\mu\varrho}^{\lambda\varphi} \Rightarrow \sigma_{1S_0\varphi\mu}^\lambda \}]] \quad 4.211(6)$$

$$9 \quad [\varphi = 3: [\frac{1}{3} \sum_{\varphi=1}^3 \sigma_{1\mu}^{\lambda\varphi} \Rightarrow \sigma_{1\mu}^{\lambda}]]] \quad 4.211(5)$$

$$10 \quad [\mathcal{L}(\sigma_{2\mu\varrho}^{\lambda}; \kappa=1, \sigma_{11}, \sigma_{1\mu}^{\kappa}, \sigma_E^{\kappa}) \Rightarrow \theta_{\mu\varrho}^{\lambda}, \quad 4.213(2)$$

$$11 \quad \lambda < q: [\mu = 0: [\frac{1}{4} \sum_{\varrho=1}^4 \theta_{0\varrho}^{\lambda} \Rightarrow T_{0\mu}^{\lambda}]] \quad 4.214(2)$$

$$12 \quad [\theta_{\mu}^{\lambda} \Rightarrow T_{\mu\lambda}^{\lambda}] \quad 4.214(1)$$

$$13 \quad [\mu = 0: [\frac{1}{\varrho} \mathcal{L}(2, 5; \varrho=1, 4; \varrho, \theta_{0\varrho}^{\lambda}) \Rightarrow T_{0\mu\lambda\psi\mu}^{\lambda}]]] \quad 4.214(3)$$

$$14 \quad \psi = 1: [\frac{1}{\varphi} \frac{1}{\lambda\psi\sigma}]]],$$

$$15 \quad \frac{2}{2} 1 \Rightarrow 1, \prod_{\lambda=q-1}^{l+1} \{t^{\lambda}, t^{\lambda} < 0: [-t^{\lambda} \Rightarrow \delta_{\lambda_1}^{\lambda}, t^{\lambda}] [1 \Rightarrow \delta_{\lambda_1}^{\lambda}]\},$$

$$16 \quad 0 \Rightarrow \delta_{\lambda_0}^{\lambda}, \lambda \neq q-1: [-\delta_{\lambda_1}^{\lambda-1} \Rightarrow \delta_{\lambda_1\lambda}^{\lambda}] \quad 4.214(9)$$

$$17 \quad \prod_{\mu=1}^6 \{ \prod_{\lambda=q}^l \{ \mathcal{L}(k_{\mu}; \kappa=-1, 1; \delta_{\lambda\kappa}^{\lambda}, t^{\lambda+\kappa}) \Rightarrow t_{\mu\lambda}^{\lambda} \} \}, \quad 4.214(8)$$

$$18 \quad \prod_{\lambda=q}^l \{ \mathcal{L}(t^{\lambda}; \kappa_{q,1}; t_{\mu}^{\kappa}, \theta_{\mu}^{\kappa}) \Rightarrow T_{\mu\lambda}^{\lambda} \}, \quad 4.214(4)$$

$$19 \quad \prod_{\lambda=q+2}^{l-2} \left\{ \frac{\Gamma_1(\kappa; \lambda; t^{\kappa-t^{\lambda}}, T_{\mu}^{\kappa-T_{\mu}^{\lambda}})}{\Gamma(\kappa; \lambda; t^{\kappa-t^{\lambda}})} \Rightarrow D_{\mu}^{\lambda} \right\},$$

$$20 \quad \lambda = q+2: \left[\prod_{\varrho=q}^{q+1} \left\{ D_{\mu}^{\lambda} + 2 \cdot \frac{\Gamma_2(\kappa; \lambda; t^{\kappa-t^{\lambda}}, T_{\mu}^{\kappa} - T_{\mu}^{\lambda})}{\Gamma(\kappa; \lambda; t^{\kappa-t^{\lambda}})} (t^{\varrho} - t^{\lambda}) \Rightarrow D_{\mu\varrho}^{\varrho} \right\} \right]_{\lambda}, \quad 4.2$$

$$21 \quad \lambda = 1-2: \left[\prod_{\varrho=1-1}^1 \{ D_{\mu}^{\lambda} + 2 \cdot \frac{\Gamma_2(\kappa; \lambda; t^{\kappa} - t^{\lambda}, T_{\mu}^{\kappa} - T_{\mu}^{\lambda})}{\Gamma(\kappa; \lambda; t^{\kappa} - t^{\lambda})} (t^{\varrho} - t^{\lambda}) \Rightarrow D_{\varrho\lambda\lambda\mu}^{\varrho} \} \right] , \quad 4.215(5)$$

$$22 \quad \prod_{\lambda=q}^1 \{ \frac{1}{6} \sum_{\mu=1}^6 D_{\mu}^{\lambda} \Rightarrow T_{\lambda}^{\lambda} \}, \prod_{\lambda=1}^{q-1} \{ 0 \Rightarrow T_{\lambda}^{\lambda} \}, \quad 4.215(6), (7)$$

$$23 \quad \downarrow_m, \prod_{\eta=1}^m \{ t(\downarrow_{\eta}), p(\downarrow_{\eta}), h(\downarrow_{\eta}) \} ,$$

$$24 \quad \prod_{\lambda=q}^1 \{ \mathcal{L}(t^{\lambda}; \eta=1, m; t(\eta), p(\eta)) \Rightarrow p^{\lambda} , \quad 4.217(1)$$

$$25 \quad \mathcal{L}(t^{\lambda}; \eta=1, m; t(\eta), h(\eta)) \Rightarrow h^{\lambda} , \quad 4.217(2)$$

$$26 \quad \downarrow p^{\lambda} , \downarrow h^{\lambda} \downarrow_{\lambda}$$

$$27 \quad \downarrow \downarrow R, I, 1.2 \cdot R \cdot I^2 \Rightarrow H \quad 4.216(2)$$

Die bisher nicht belegten Größen und Funktionen $a_{\kappa}, m_{\mu\varrho}, \sigma_B, k_{\mu}, \mathcal{L}(x; v=i, k; U_v, V_v), \Gamma(\kappa; v; x_v), \Gamma_1(\kappa; v; x_v, y_v)$ und $\Gamma_2(\kappa; v; x_v, y_v)$ sind noch zu definieren. Da die Funktion $\mathcal{L}(x; v=i, k; U_v, V_v)$ öfters vorkommt, empfiehlt sich für sie ein Funktionsprogramm (laut Abs. 4.213; zunächst als 1. Schrieb):

$$28 \quad \mathcal{L}(x; v=i, k; U_v, V_v): \left\{ x < U_{i+1}: [i \Rightarrow v, 2 \Rightarrow p, \rightarrow M], \right.$$

$$29 \quad \prod_{v=i+2}^{k-1} \{ x < U_v: [v-2 \Rightarrow v, 3 \Rightarrow p, \rightarrow M] ,$$

$$30 \quad k - 2 \Rightarrow v, 2 \Rightarrow p ,$$

$$31 \quad M: \sum_{\kappa=v}^{v+p} v_{\kappa} \prod_{\substack{\mu=v \\ \mu \neq \kappa}}^{v+p} \frac{x - U_{\mu}}{U_{\kappa} - U_{\mu}} \Rightarrow \mathcal{L} \}$$

Da die Funktionen Γ , Γ_1 und Γ_2 nur an einer Stelle vorkommen, bauen wir sie direkt in Zeile 19 ein; statt Zeile 19 hat demnach zu stehen (laut Abs. 4.215):

$$19.1 \quad \prod_{\lambda=q+2}^{l-2} \left\{ \prod_{\kappa=\lambda-2}^{\lambda+2} \{ t^{\kappa} - t^{\lambda} \Rightarrow x_{\kappa}, T^{\kappa} - T^{\lambda}_{\mu} \Rightarrow y_{\kappa} \} \right\},$$

$$19.2 \quad \sum_{\kappa=\lambda-2}^{\lambda+2} x_{\kappa} \Rightarrow r_1, \sum_{\kappa=\lambda-2}^{\lambda+2} x_{\kappa}^2 \Rightarrow r_2, \sum_{\kappa=\lambda-2}^{\lambda+2} x_{\kappa}^3 \Rightarrow r_3, \sum_{\kappa=\lambda-2}^{\lambda+2} x_{\kappa}^4 \Rightarrow r_4,$$

$$19.3 \quad \sum_{\kappa=\lambda-2}^{\lambda+2} y_{\kappa} \Rightarrow \overline{r_1}, \sum_{\kappa=\lambda-2}^{\lambda+2} x_{\kappa} y_{\kappa} \Rightarrow \overline{r_2}, \sum_{\kappa=\lambda-2}^{\lambda+2} x_{\kappa}^2 y_{\kappa} \Rightarrow \overline{r_3},$$

$$19.4 \quad \begin{vmatrix} 5 & r_1 & r_2 \\ r_1 & r_2 & r_3 \\ r_2 & r_3 & r_4 \end{vmatrix} \Rightarrow \Gamma,$$

$$19.5 \quad \begin{vmatrix} 5 & \overline{r_1} & r_2 \\ r_1 & \overline{r_2} & r_3 \\ r_2 & \overline{r_3} & r_4 \end{vmatrix} \Rightarrow \Gamma_1,$$

$$19.6 \quad \lambda=q+2 \vee \lambda=1-2: \left[\begin{vmatrix} 5 & r_1 & \overline{r_1} \\ r_1 & r_2 & \overline{r_2} \\ r_2 & r_3 & \overline{r_3} \end{vmatrix} \Rightarrow \Gamma_2 \right],$$

$$19.7 \quad \frac{\Gamma_1}{\Gamma} \Rightarrow D_{\mu}^{\lambda},$$

Der vorliegende 1. Schrieb des hier behandelten Problems ist nun gemäß den in Absatz 4,222 angegebenen Regeln zu überarbeiten. Die Summen- und Produktzeichen werden wie folgt aufgeschlüsselt:

$$(1) \quad \frac{1}{a} \sum_{v=i}^k x_v \Rightarrow y \hat{=} 0 \Rightarrow y, \prod_{v=i}^k \{ y + x_v \Rightarrow y \}, \frac{y}{a} \Rightarrow y$$

$$(2) \quad \prod_{v=i}^k x_v \Rightarrow y \hat{=} 1 \Rightarrow y, \prod_{v=i}^k \{ y \cdot x_v \Rightarrow y \},$$

$$(3) \quad \sum_{v=0}^h a_v x^v \Rightarrow y \hat{=} a_h \Rightarrow y, \bigoplus_{v=h-1}^0 \{y \cdot x + a_v \Rightarrow y\},$$

Der letzte Schrieb gestaltet sich dann wie folgt:

$$\begin{aligned} 0.1 \quad & 1.8315264 \cdot 10^2 \Rightarrow a_0, 2.468117643 \cdot 10^0 \Rightarrow a_1, 2.852485998 \cdot 10^{-3} \Rightarrow a_2 \\ & 4.212(3) \\ 0.2 \quad & -5.333929518 \cdot 10^{-5} \Rightarrow a_3, -5.652944045 \cdot 10^{-7} \Rightarrow a_4, 3.859697716 \cdot 10^{-8} \Rightarrow a_5, \\ & -3.675285848 \cdot 10^{-10} \Rightarrow a_6 \\ 0.3 \quad & 0.167 \Rightarrow m_1, 0.25 \Rightarrow m_2, 0.417 \Rightarrow m_3, \\ & 4.211(1) \\ 0.4 \quad & 0.5 \Rightarrow m_4, 0.667 \Rightarrow m_5, 0.75 \Rightarrow m_6, \\ 1 \quad & \begin{array}{ccccc} 1 \downarrow & 1 \downarrow & 2 \downarrow & 2 \downarrow & \downarrow \\ 1^1, & 2^1, & 1^1, & 2^1, & q, \end{array} \\ 2 \quad & \bigoplus_{\sigma=1}^2 \{ \bigoplus_{\lambda=1}^{\sigma_1} \{ 1 \downarrow, \downarrow, 0.5 \cdot ({}^1U + U) - 64.33 \Rightarrow U, \\ 3 \quad & a_6 \Rightarrow E^\lambda, \bigoplus_{\kappa=5}^0 \{ E^\lambda \cdot U + a_{\kappa} \Rightarrow E_{\kappa\lambda}^\lambda \}, (\sigma=1: [350][950]) \Rightarrow B, \quad 4.211(3) \\ 4 \quad & \bigoplus_{\psi=1}^2 \{ \frac{\bigoplus_{\psi=1}^{\sigma_1} \psi^\lambda}{\lambda = (\psi = 2 \wedge \sigma = 2: [\frac{1}{2}l+1][1])} \{ \psi=1: [\bigoplus_{\varphi=1}^3 \{ \}] [\lambda < q: [0 \Rightarrow T_0^\lambda]] \}, {}^1B, {}^2B, {}^2B - {}^1B \Rightarrow {}^2B, \\ 5 \quad & \bigoplus_{\mu=0}^6 \{ \psi=1 \wedge \varphi=1: [0 \Rightarrow S_\mu^\lambda], \mu=0: [-0.167 \Rightarrow m_0, \bigoplus_{\vartheta=1}^4 \{ m_0 + 0.25 \Rightarrow m_0 \}, {}^1B + m_\mu \cdot {}^2B \Rightarrow U, \\ 6 \quad & \downarrow \\ & S \\ 7 \quad & B \cdot \frac{S}{U} \Rightarrow S \\ 8 \quad & \psi=1: [S_\mu^\lambda + S \Rightarrow S_\mu^\lambda, \mu=0: [\frac{S_0^\lambda}{12} \Rightarrow S_{\varphi\mu}^\lambda]] \\ 9 \quad & [\varphi=3: [\frac{S_\mu^\lambda}{3} \Rightarrow S_{\mu\varphi\mu\psi}^\lambda]] \end{aligned}$$

$$10 \quad [\mathcal{L}(S; \kappa=1, \sigma_1^1; S_\mu^\kappa, E^\kappa) \Rightarrow \Theta_\mu^\lambda,$$

$$11 \quad \lambda < q: [\mu=0: [T_0^\lambda + \Theta_0^\lambda \Rightarrow T_0^\lambda]_{\varrho}, \frac{T_0^\lambda}{4} \Rightarrow T_0^\lambda]_{\mu}$$

$$12 \quad [\Theta_\mu^\lambda \Rightarrow T_{\mu\lambda}^\lambda]$$

$$13 \quad [\mu=0: [\Theta_0^\lambda \Rightarrow v_{\varrho}^\lambda], \mathcal{L}(2.5; \varrho=1, 4; \varrho, v_{\varrho}^\lambda) \Rightarrow T_0^\lambda]_{\mu\lambda\psi\mu},$$

$$14 \quad \psi=1: [\frac{\lambda}{\varphi}][0 \Rightarrow T_7^\lambda]_{\lambda\psi\sigma}],$$

$$15 \quad \frac{2}{2}1 \Rightarrow 1, \prod_{\lambda=q-1}^{l+1} \{t^{\downarrow\lambda}, t^{\lambda} < 0: [-t^{\lambda} \Rightarrow \delta\mathcal{J}^{\lambda}, t^{\downarrow\lambda}] [1 \Rightarrow \delta\mathcal{J}^{\lambda}]_{\lambda}\},$$

$$\left. \begin{array}{l} 15.1 \quad -0.292 \Rightarrow m_1, -0.208 \Rightarrow m_2, -0.042 \Rightarrow m_3, \\ 15.2 \quad -m_3 \Rightarrow m_4, -m_2 \Rightarrow m_5, -m_1 \Rightarrow m_6, 0 \Rightarrow \delta\mathcal{J}_0, \end{array} \right\} \quad 4.214(5)$$

$$16 \quad \prod_{\mu=1}^6 \{ \prod_{\lambda=q}^l \{ -\delta\mathcal{J}^{\lambda-1} \Rightarrow \delta\mathcal{J}_{-1}, \delta\mathcal{J}^{\lambda} \Rightarrow \delta\mathcal{J}_1,$$

$$17 \quad \mathcal{L}(m_\mu; \kappa=-1, 1; \delta\mathcal{J}_\kappa, t^{\lambda+\kappa}) \Rightarrow \bar{t}^\lambda_{\lambda},$$

$$18 \quad \prod_{\lambda=q}^l \{ \mathcal{L}(t^\lambda; \kappa=q, 1; \bar{t}^\kappa, \Theta_\mu^\kappa) \Rightarrow T_\mu^\lambda \}_{\lambda},$$

$$19 \quad q+2 \Rightarrow q_1, 1-2 \Rightarrow 1_1,$$

$$19.1 \quad \prod_{\lambda=q_1}^{l_1} \{ \prod_{\varrho=1}^4 \{ 0 \Rightarrow r_{\varrho} \}, \prod_{\varrho=1}^3 \{ 0 \Rightarrow \bar{r}_{\varrho} \},$$

$$19.2 \quad \prod_{\kappa=\lambda-2}^{\lambda+2} \{ \kappa \neq \lambda : [t^{\kappa} - t^{\lambda} \Rightarrow x, T_{\mu}^{\kappa} - T_{\mu}^{\lambda} \Rightarrow y] ,$$

$$19.3 \quad 1 \Rightarrow U, \prod_{\varrho=1}^4 \{ \varrho \neq 4 : [\bar{r}_{\varrho} + U \cdot y \Rightarrow \bar{r}_{\varrho}], U \cdot x \Rightarrow U, r_{\varrho} + U \Rightarrow r_{\varrho} \}] \} ,$$

$$19.4 \quad 5r_2r_4 + 2r_1r_2r_3 - r_2^3 - 5r_3^2 - r_1^2r_4 \Rightarrow \Gamma ,$$

$$19.5 \quad 5r_4\bar{r}_2 + r_2r_3\bar{r}_1 + r_1r_2\bar{r}_3 - r_2^2\bar{r}_2 - 5r_3\bar{r}_3 - r_1r_4\bar{r}_1 \Rightarrow x ,$$

$$19.7 \quad \frac{x}{f} \Rightarrow S ,$$

$$20 \quad \lambda = q_1 : [q \Rightarrow i, q+1 \Rightarrow k, \rightarrow G] ,$$

$$21.1 \quad \lambda = l_1 : [l-1 \Rightarrow i, l \Rightarrow k, \rightarrow G] ,$$

$$21.2 \quad G: \{ 5r_2\bar{r}_3 + r_1r_2\bar{r}_2 + r_1r_3\bar{r}_1 - r_2^2\bar{r}_1 - 5r_3\bar{r}_2 - r_1^2\bar{r}_3 \Rightarrow y ,$$

$$21.3 \quad \prod_{\varrho=i}^k \{ S + 2 \cdot \frac{y}{f} (t^{\varrho} - t^{\lambda}) \Rightarrow U ,$$

$$21.4 \quad T_7^{\varrho} + U \Rightarrow T_7^{\varrho} \} \} ,$$

$$22 \quad T_7^{\lambda} + S \Rightarrow T_7^{\lambda} \} \} ,$$

$$23 \quad \downarrow_m , \prod_{\kappa=1}^m \{ \downarrow t(\kappa), \downarrow p(\kappa), \downarrow h(\kappa) \} ,$$

$$24 \quad \prod_{\lambda=q}^l \{ \mathcal{L}(t^{\lambda}; \kappa=1, m; t(\kappa), p(\kappa)) \Rightarrow U ,$$

$$25 \quad \mathcal{L}(t)^{\lambda}; \kappa=1, m; t(\kappa), h(\kappa) \Rightarrow S ,$$

$$26 \quad \downarrow U , \downarrow S , \frac{T_7^{\lambda}}{6} \Rightarrow T_7^{\lambda} \} ,$$

$$27 \quad \downarrow U , \downarrow S , 1.2 \cdot U \cdot S^2 \Rightarrow H ,$$

$$28 \quad \mathcal{L}(S; v=i, k; U_v, V_v): \left\{ S < U_{i+1}: [i \Rightarrow v, \rightarrow M1], \right.$$

$$29 \quad \prod_{v=i+2}^{k=1} \left\{ S < U_v: [v - 2 \Rightarrow v, 3 \Rightarrow p, \rightarrow M] \right\},$$

$$30.1 \quad k-2 \Rightarrow v,$$

$$30.2 \quad M1: 2 \Rightarrow p,$$

$$31 \quad M: y+p \Rightarrow p, 0 \Rightarrow \mathcal{L}, \prod_{\kappa=v}^p \left\{ 1 \Rightarrow y, \prod_{\mu=v}^p \left\{ y \cdot (\mu=\kappa: [v_{\kappa}] \left[\frac{S-U_{\mu}}{U_{\kappa}-U_{\mu}} \right]) \Rightarrow y \right\}, \mathcal{L}+y \Rightarrow \mathcal{L} \right\}_{\mu} \right\}_{\kappa}$$

Damit liegt die Errechnung der Temperaturen $T_0 \dots T_7$ in einer Weise vor, die es gestattet, unmittelbar auf beliebige Programmierungssprachen, wie ALGOL, FORTRAN, NELIAC, oder auf ein Blockdiagramm überzugehen. Der Übergang kann rein formal mit Hilfe eines Systems von Regeln, das von der jeweiligen Programmierungssprache bzw. ihrer Vollständigkeit bezüglich einer bestimmten Rechananlage abhängt, durchgeführt werden. Z.B. kennt der Übersetzer "Alcor Mainz 2002" in der Version für 5000 Kernspeicherzellen der Anlage S 2002 sämtliche im letzten Schrieb benutzten Operationen mit Ausnahme von Anweisungen der Form

$$\psi = 1: \left[\prod_{\varphi=1}^3 \{ \} \right] \dots \psi = 1: \left[\{ \} \right]_{\varphi},$$

die ersichtlich durch

$$\frac{(\psi = 1: [3][1])}{\prod_{\varphi=1}} \{ \dots \}$$

ersetzbar sind.

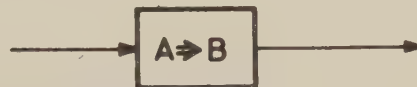
Da ein Blockdiagramm am allgemeinsten anwendbar ist, sei in Absatz 4.23 der Übergang von der operativen Darstellung des hier behandelten Problems zu einem Blockdiagramm gebracht.

4.23 Das Blockdiagramm zur Ermittlung der Temperaturen $T_0 \dots T_7$

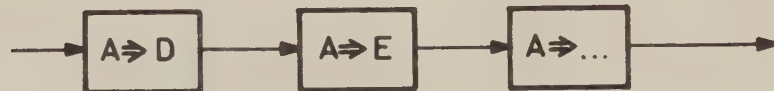
4.231 Regeln für den Übergang von der operativen Schreibweise auf das Blockdiagramm

Um von der operativen Schreibweise auf ein Blockdiagramm überzugehen, genügt es, für die in Abs. 4.222 gebrachten operativen Zeichen entsprechende Symbole des Blockdiagramms einzuführen; hier werden Symbole nach THÜRING benutzt. Mit den Bezeichnungen des Absatzes 4.222 gilt (links findet sich die operative Schreibweise, rechts die entsprechende Blockstruktur):

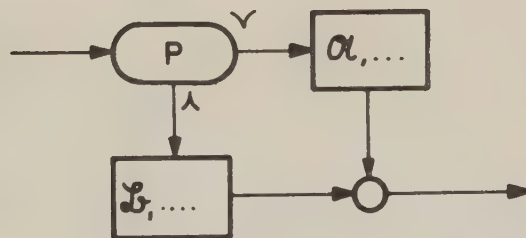
$A \Rightarrow B,$



$A \Rightarrow (D, E, \dots),$

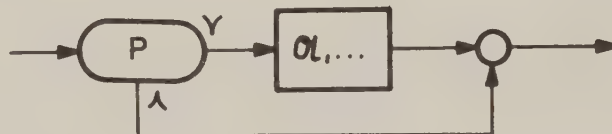


$p: [\alpha, \dots] [\mathcal{L}, \dots]$

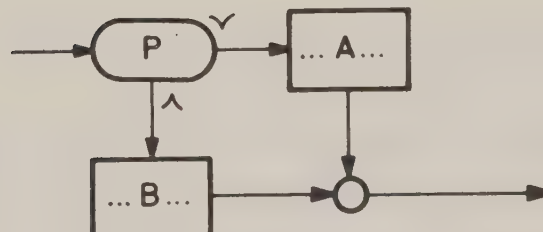


Hier bedeutet ✓ "wahr" und ⋈ "falsch".

$p: [\alpha, \dots],$



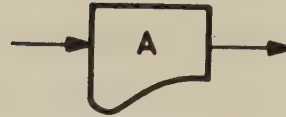
$(p: [A][B])$



$\downarrow A_i$



A_i
 $\downarrow$



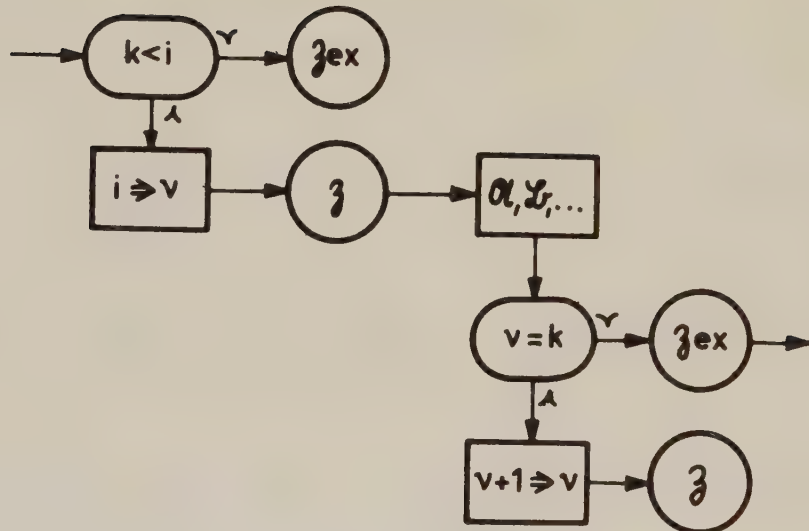
K:



$\rightarrow K$



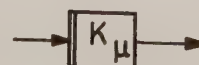
$\prod_{v=1}^k \{ \alpha, \mathcal{L}, \dots \},$



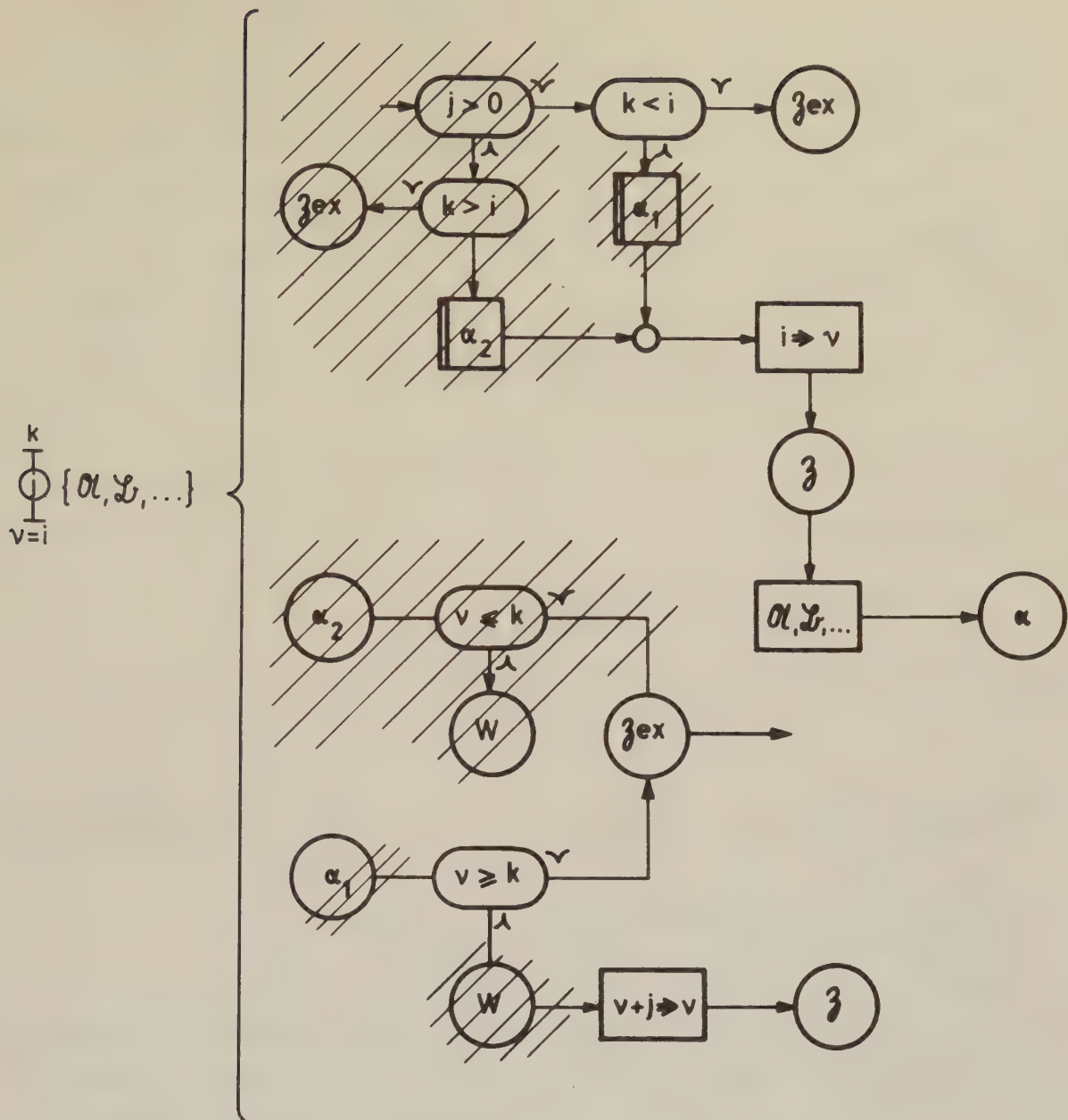
Ist bekannt, daß $k \geq i$ ist, so kann die Abfrage $k < i$ weggelassen werden.

Ist K eine Kennzeichnung, die die Formen $K_1, K_2, \dots$ annehmen kann, so entspricht der operativen Zuordnung:

$K_\mu \Rightarrow K$ das Symbol:



Damit schreibt sich der allgemeine Zyklus:



(ist das Vorzeichen von j bekannt, so vereinfacht sich die Darstellung beträchtlich; gilt z.B. $j > 0$, so wird der schraffierte Teil der Diagrammstruktur weggelassen).

$K: \{ \alpha, \dots \},$



$\textcircled{\text{Kex}}$ steht vor der ersten Anweisung nach der Klammer " $\}$ ".

Um ein Funktionsprogramm in einem Blockdiagramm darzustellen, bedarf es der Umwandlung dieses Programms in ein Unterprogramm ohne explizite Unterprogrammgrößen. Sei $f(A,B,...): \{ \alpha, \mathcal{L}, ... \}$ das Funktionsprogramm, und komme die Funktion $f(C,D,...)$ im Hauptprogramm in der Anweisung $\mathcal{C}$ vor (wir schreiben dafür $\mathcal{C}(f)$), so erfolgt die Umwandlung nach folgendem Schema:

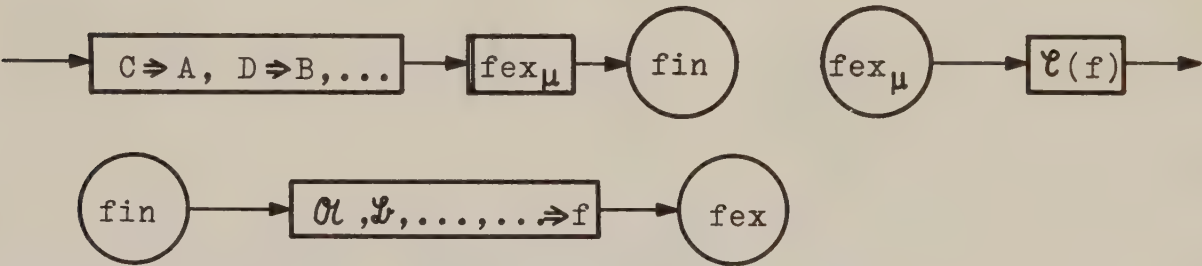
1. Hauptprogramm:

$$\begin{aligned}
 &....., C \Rightarrow A, \quad D \Rightarrow B, fex_{\mu} \Rightarrow fex, \rightarrow fin, \\
 &fex_{\mu} : \mathcal{C}(f), ...
 \end{aligned}$$

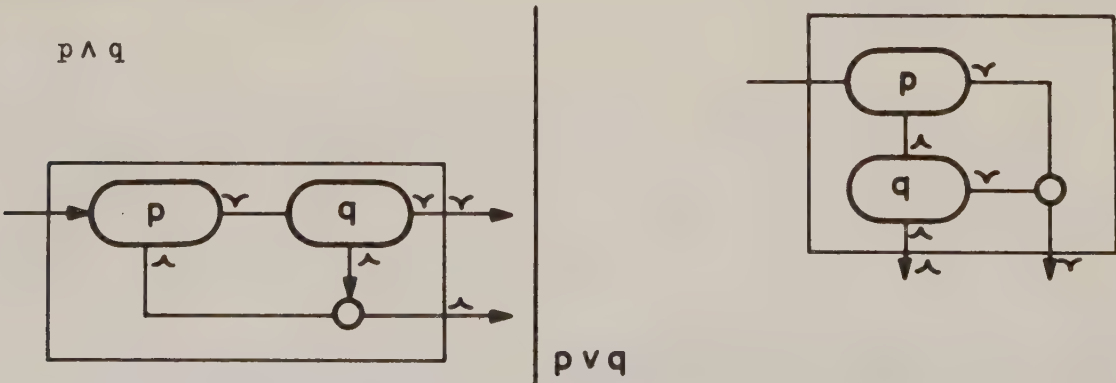
2. Unterprogramm:

$$fin: \{ \alpha, \mathcal{L},, ... \Rightarrow f, \rightarrow fex \} .$$

Die Diagrammstruktur eines Funktionsprogramms sieht demnach aus:



Treten zusammengesetzte logische Ausdrücke auf, so werden sie zunächst in eine reduzierte Aussage umgeformt, d.h. in eine Aussage, in der - neben der Negation - als Junktoren nur Konjunktionen und (nichtausschließende) Disjunktionen vorkommen (vgl. [BOCHENSKI], § 10). Die reduzierte Aussage wird dann Schritt für Schritt in ein Blockdiagramm übersetzt, indem folgende Diagrammstrukturen benutzt werden:



Diese Regeln genügen, um von der operativen Schreibweise eines Problems auf ein Blockdiagramm überzugehen.

4.3 Das Gleichungssystem I

4.31 Die Lösung des Gleichungssystems I in mathematischer Darstellung

4.311 Die Auflösung des Gleichungssystems

Wir gehen aus von Gl.(1) in Absatz 2.231. Die darin auftretenden Koeffizienten sind uns nun pro Schicht λ bekannt: die (normierten) Temperaturen T_μ^λ ($\mu = 0 \dots 6$) gemäß Abs. 4.214, der zeitliche Temperaturgradient T_7^λ gemäß Abs. 4.215, die Heizleistung H gemäß Abs. 4.216 und die Problemkonstanten σ , a_1 , a_2 und γ gemäß Abs. 2.335.

Für die Unbekannten des Gleichungssystems G , A , α_G , α_A , β und ζ führen wir beziehentlich die Bezeichnungen X_v^λ , $v = 1 \dots 6$ ein, für $S = A - G$ schreiben wir X_0^λ . Für die Temperaturdifferenzen halten wir die Schreibweise von Abs. 2 bei:

$$\Delta_{\mu\nu}^\lambda = T_\mu^\lambda - T_\nu^\lambda$$

Mit dieser Verabredung und indem wir noch die Gleichung $S = A' - G$ in das Gleichungssystem mit einbeziehen erhalten wir:

$$(1) \quad \begin{array}{rcll} X_0^\lambda + X_1^\lambda - X_2^\lambda & & & = 0 \\ a_1 X_1^\lambda - \Delta_{10}^\lambda X_3^\lambda + \Delta_{21}^\lambda X_5^\lambda - \Delta_{21}^\lambda X_6^\lambda & & & = R_1^\lambda \\ a_1 X_2^\lambda - \Delta_{20}^\lambda X_4^\lambda - \Delta_{21}^\lambda X_5^\lambda - \Delta_{21}^\lambda X_6^\lambda & & & = R_2^\lambda \\ a_1 X_1^\lambda - \Delta_{30}^\lambda X_3^\lambda + \Delta_{43}^\lambda X_5^\lambda - \Delta_{43}^\lambda X_6^\lambda & & & = R_3^\lambda \\ a_1 X_2^\lambda - \Delta_{40}^\lambda X_4^\lambda - \Delta_{43}^\lambda X_5^\lambda - \Delta_{43}^\lambda X_6^\lambda & & & = R_4^\lambda \\ a_2 X_1^\lambda - \Delta_{50}^\lambda X_3^\lambda + \Delta_{65}^\lambda X_5^\lambda - \Delta_{65}^\lambda X_6^\lambda & & & = R_5^\lambda \\ a_2 X_2^\lambda - \Delta_{60}^\lambda X_4^\lambda - \Delta_{65}^\lambda X_5^\lambda - \Delta_{65}^\lambda X_6^\lambda & & & = R_6^\lambda \end{array}$$

Hierbei wurden die rechten Seiten des Gleichungssystems zusammengefaßt; es bedeuten:

$$\begin{aligned}
 R_1^\lambda &= a_1 \sigma(T_1^\lambda)^4 + \gamma T_7^\lambda - H \\
 R_2^\lambda &= a_1 \sigma(T_2^\lambda)^4 + \gamma T_7^\lambda \\
 R_3^\lambda &= a_1 \sigma(T_3^\lambda)^4 + \gamma T_7^\lambda \\
 R_4^\lambda &= a_1 \sigma(T_4^\lambda)^4 + \gamma T_7^\lambda - H \\
 R_5^\lambda &= a_2 \sigma(T_5^\lambda)^4 + \gamma T_7^\lambda \\
 R_6^\lambda &= a_2 \sigma(T_6^\lambda)^4 + \gamma T_7^\lambda - H
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Das Gleichungssystem (1) ist ein lineares Gleichungssystem 7. Grades mit 7 Unbekannten, ist also, wenn keine Singularität vorliegt, eindeutig lösbar. Die quadratische Koeffizientenmatrix des Gleichungssystems vom Rang 7 bezeichnen wir mit

$$\alpha^\lambda = \{ A_{\mu\nu}^\lambda \} \quad \mu, \nu = 0, \dots, 6,$$

die rechte Seite des Gleichungssystems fassen wir in dem siebendimensionalen Vektor

$$\mathcal{R}^\lambda = \{ R_\nu^\lambda \} \quad \nu = 0, \dots, 6,
 \tag{3}$$

die Unbekannten in dem Vektor

$$\mathcal{X}^\lambda = \{ X_\nu^\lambda \} \quad \nu = 0, \dots, 6
 \tag{4}$$

zusammen. Gl.(1) können wir nun schreiben:

$$\alpha^\lambda \mathcal{X}^\lambda = \mathcal{R}^\lambda
 \tag{5}$$

Zur Auflösung der Gl.(5) bringen wir nach der Methode des Gaußschen Algorithmus (vgl.: [ZURMÜHL] III, § 1) die rechteckige Matrix (wir lassen im folgenden die Schichtbezeichnung λ weg)

$$(6) \quad (\alpha/w) = \left\{ \begin{array}{ccccccc|c} 1 & 1 & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & a_1 & \cdot & \Delta_{01} & \cdot & \Delta_{21} & -\Delta_{21} & R_1 \\ \cdot & \cdot & a_1 & \cdot & \Delta_{02} & -\Delta_{21} & -\Delta_{21} & R_2 \\ \cdot & a_1 & \cdot & \Delta_{03} & \cdot & \Delta_{43} & -\Delta_{43} & R_3 \\ \cdot & \cdot & a_1 & \cdot & \Delta_{04} & -\Delta_{43} & -\Delta_{43} & R_4 \\ \cdot & a_2 & \cdot & \Delta_{05} & \cdot & \Delta_{65} & -\Delta_{65} & R_5 \\ \cdot & \cdot & a_2 & \cdot & \Delta_{06} & -\Delta_{65} & -\Delta_{65} & R_6 \end{array} \right.$$

in eine Dreiecksform. Bezeichnen wir mit

$$(7) \quad B = \Delta_{43} - \Delta_{21} = \Delta_{42} + \Delta_{13}$$

und

$$(8) \quad V = \frac{a_2}{a_1},$$

so erhalten wir zunächst:

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{ccccccc|c} 1 & 1 & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & a_1 & \cdot & \Delta_{01} & \cdot & \Delta_{21} & -\Delta_{21} & R_1 \\ & & a_1 & \cdot & \Delta_{02} & -\Delta_{21} & -\Delta_{21} & R_2 \\ & & & \Delta_{13} & \cdot & B & -B & R_3 - R_1 \\ & & & \cdot & \Delta_{24} & -B & -B & R_4 - R_2 \\ & & & & \Delta_{05} - V\Delta_{01} & \cdot & \Delta_{65} - V\Delta_{21} & -(\Delta_{65} - V\Delta_{21}) \\ & & & & & & \Delta_{06} - V\Delta_{02} & -(\Delta_{65} - V\Delta_{21}) - (\Delta_{65} - V\Delta_{21}) \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ R_5 - VR_1 \\ R_6 - VR_2 \end{array}$$

Bis einschließlich zur 5. Zeile liegt demnach schon eine Dreiecksmatrix vor. Führen wir die Bezeichnungen

$$(10) \quad C = \frac{\Delta_{05} - V\Delta_{01}}{\Delta_{13}} = - \frac{\Delta_{50} - V\Delta_{10}}{\Delta_{13}}$$

und

$$(11) \quad D = \frac{\Delta_{06} - V\Delta_{02}}{\Delta_{24}} = \frac{\Delta_{60} - V\Delta_{20}}{\Delta_{42}}$$

ein, so können wir die beiden letzten Zeilen von Gl.(9) umformen zu:

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{cc|c} \Delta_{65} - V\Delta_{21} - B \cdot C & -(\Delta_{65} - V\Delta_{21} - B \cdot C) & R_5 - VR_1 - C(R_3 - R_1) \\ -\Delta_{65} + V\Delta_{21} + B \cdot D & -\Delta_{65} + V\Delta_{21} + B \cdot D & R_6 - VR_2 - D(R_4 - R_2) \end{array} \right.$$

Nun gilt:

$$\Delta_{65} - V\Delta_{21} - B \cdot C = \Delta_{65} - V\Delta_{21} - \Delta_{42} \cdot C + \Delta_{50} - V\Delta_{10} \quad \text{nach Gl.(7), (10)}$$

$$= \Delta_{60} - V\Delta_{20} - \Delta_{42} \cdot C$$

$$= \Delta_{42} \frac{\Delta_{60} - V\Delta_{20}}{\Delta_{42}} - \Delta_{42} \cdot C ,$$

also:

$$(13) \quad \Delta_{65} - V\Delta_{21} - B \cdot C = \Delta_{42}(D - C) \quad \text{nach Gl.(11);}$$

auf dieselbe Weise erhalten wir:

$$(14) \quad -\Delta_{65} + V\Delta_{21} + B \cdot D = \Delta_{13}(D - C) .$$

Mit

$$(15) \quad E = R_5 - VR_1 - C(R_3 - R_1)$$

und

$$(16) \quad F = R_6 - VR_2 - D(R_4 - R_2)$$

folgt aus Gl.(12):

$$(17) \quad \left\{ \begin{array}{cc|c} \Delta_{42}^{(D-C)} & -\Delta_{42}^{(D-C)} & E \\ \Delta_{13}^{(D-C)} & \Delta_{13}^{(D-C)} & F \end{array} \right. ,$$

woraus wir mit

$$(18) \quad P = 2\Delta_{13} \Delta_{42}^{(D-C)}$$

die endgültige Dreiecksmatrix erhalten:

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{ccccccc|c} 1 & 1 & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & a_1 & \cdot & \Delta_{01} & \cdot & \Delta_{21} & -\Delta_{21} & R_1 \\ & & a_1 & \cdot & \Delta_{02} & -\Delta_{21} & -\Delta_{21} & R_2 \\ & & & \Delta_{13} & \cdot & B & -B & R_3 - R_1 \\ & & & & \Delta_{24} & -B & -B & R_4 - R_2 \\ & & & & & P & \cdot & \Delta_{42}^{F+\Delta_{13}E} \\ & & & & & & P & \Delta_{42}^{F-\Delta_{13}E} \end{array} \right.$$

Nach Gl.(19) folgt für die Unbekannten X_v des Gleichungssystems (1):

$$(20) \quad \begin{aligned} X_6 &= \frac{1}{P} (\Delta_{42}^F - \Delta_{13}E) \\ X_5 &= \frac{1}{P} (\Delta_{42}^{F+\Delta_{13}E}) \\ X_4 &= \frac{1}{\Delta_{24}} \{ R_4 - R_2 + B(X_5 + X_6) \} \\ X_3 &= \frac{1}{\Delta_{13}} \{ R_3 - R_1 - B(X_5 - X_6) \} \\ X_2 &= \frac{1}{a_1} (R_2 + \Delta_{21}(X_5 + X_6) + \Delta_{20}X_4) \\ X_1 &= \frac{1}{a_1} (R_1 - \Delta_{21}(X_5 - X_6) + \Delta_{10}X_3) \\ X_0 &= X_2 - X_1 \end{aligned}$$

Sei $\mathcal{E}$ die Einheitsmatrix und

$$(21) \quad \mathcal{L}^\lambda \alpha^\lambda = \mathcal{E} ;$$

Gl.(20) läßt sich dann nach Gl.(4) auch schreiben:

$$(22) \quad \epsilon^\lambda = \mathcal{L}^\lambda \mu^\lambda$$

Setzen wir in Gl.(20) oder (22) für μ^λ die Größen von Gl.(2) ein, so erhalten wir die Werte für die Unbekannten des Gleichungssystems I, insbesondere pro Schicht λ die Werte für die Gegenstrahlung $G = X_1$, die Ausstrahlung $A = X_2$ und die Strahlungsbilanz $S = X_0$.

Bisher haben wir den Fall behandelt, daß die untere Platte des Plattensystems III geheizt wird (vgl. Abs. 2.12 und 2.332). Ist die obere Platte des Plattensystems III geheizt, dann wird Gl.(2) ersetzt durch:

$$(23) \quad \begin{aligned} R_1^\lambda &= a_1 \sigma (T_1^\lambda)^4 + \gamma T_7 - H \\ R_2^\lambda &= a_1 \sigma (T_2^\lambda)^4 + \gamma T_7 \\ R_3^\lambda &= a_1 \sigma (T_3^\lambda)^4 + \gamma T_7 \\ R_4^\lambda &= a_1 \sigma (T_4^\lambda)^4 + \gamma T_7 - H \\ R_5^\lambda &= a_2 \sigma (T_5^\lambda)^4 + \gamma T_7 - H \\ R_6^\lambda &= a_2 \sigma (T_6^\lambda)^4 + \gamma T_7 \end{aligned}$$

4.312 Errechnung der mittleren Fehler

Gl.(2) in Abs. 2.232 stellt 12 Gleichungssysteme zur Errechnung der Ableitungen der Unbekannten des Gleichungssystems I nach den Größen T_τ ($\tau = 0, \dots, 11$) dar (vgl. Gl.2.232(3)). Fügen wir noch die Gleichung

$$\frac{\partial S}{\partial T_\tau} = \frac{\partial A}{\partial T_\tau} - \frac{\partial G}{\partial T_\tau}$$

hinzu, so haben wir als Koeffizientenmatrix der Gleichungssysteme wieder einheitlich

$$\alpha^\lambda = \{A_{\mu\nu}^\lambda\} \quad ,$$

während die rechten Seiten durch die 12 Vektoren

$$(1) \quad \epsilon_\tau^\lambda = \{R_{\nu\tau}^\lambda\} = \left\{ \frac{\partial R_\nu^\lambda}{\partial T_\tau} - \sum_{\kappa=0}^6 X_\kappa^\lambda \frac{\partial A_{\nu\kappa}^\lambda}{\partial T_\tau} \right\}$$

gebildet werden. Fassen wir die Ableitungen $\frac{\partial X_\nu^\lambda}{\partial T_\tau}$ in den 12 Vektoren

$$(2) \quad \epsilon_\tau^\lambda = \{X_{\nu\tau}^\lambda\} = \left\{ \frac{\partial X_\nu^\lambda}{\partial T_\tau} \right\} \quad \nu = 0, \dots, 6$$

zusammen, so lassen sich die 12 Gleichungssysteme zur Errechnung der Ableitungen (2) schreiben:

$$(3) \quad \alpha^\lambda \epsilon_\tau^\lambda = \epsilon_\tau^\lambda$$

Mit Gl.4.311(21) erhalten wir als Lösung:

$$(4) \quad \epsilon_\tau^\lambda = \mathcal{L}^\lambda \epsilon_\tau^\lambda$$

Die einzelnen Werte $\frac{\partial X_\nu^\lambda}{\partial T_\tau}$ entnehmen wir den Gl.(15), (16) und (20) in Abs. 4.311, indem wir dort R_μ durch $R_{\mu\tau}$ und X_μ durch $X_{\mu\tau}$ ersetzen.

Verstehen wir unter

$$(5) \quad \epsilon_{-1}^\lambda = \epsilon^\lambda = \{X_\nu^\lambda\} = \{X_{\nu,-1}^\lambda\}$$

$$(6) \quad \epsilon_{-1}^\lambda = \epsilon^\lambda = \{R_\nu^\lambda\} = \{R_{\nu,-1}^\lambda\}$$

dann stellt Gl.(4) einheitlich sowohl für die Unbekannten als auch deren Ableitungen die Lösung dar; für τ gilt dabei:

$$(7) \quad \tau = -1, \dots, 11$$

Zur besseren Übersicht soll Gl.(4) explizit angegeben werden (hier ohne Schichtbezeichnung λ ; vgl. Gl.4.311(20)):

$$(8) \quad \begin{aligned} x_{6\tau} &= \frac{1}{P} (\Delta_{42} F_{\tau} - \Delta_{13} E_{\tau}) \\ x_{5\tau} &= \frac{1}{P} (\Delta_{42} F_{\tau} + \Delta_{13} E_{\tau}) \\ x_{4\tau} &= \frac{1}{\Delta_{24}} \{ R_{4\tau} - R_{2\tau} + B \cdot (x_{5\tau} + x_{6\tau}) \} \\ x_{3\tau} &= \frac{1}{\Delta_{13}} \{ R_{3\tau} - R_{1\tau} - B \cdot (x_{5\tau} - x_{6\tau}) \} \\ x_{2\tau} &= \frac{1}{a_1} (R_{2\tau} + \Delta_{21}(x_{5\tau} + x_{6\tau}) + \Delta_{20} x_{4\tau}) \\ x_{1\tau} &= \frac{1}{a_1} (R_{1\tau} - \Delta_{21}(x_{5\tau} - x_{6\tau}) + \Delta_{10} x_{3\tau}) \\ x_{0\tau} &= x_{2\tau} - x_{1\tau} \end{aligned}$$

Dabei gilt, entsprechend Gl.(15) und (16) von Abs. 4.311:

$$(9) \quad E_{\tau} = R_{5\tau} - VR_{1\tau} - C(R_{3\tau} - R_{1\tau})$$

$$(10) \quad F_{\tau} = R_{6\tau} - VR_{2\tau} - D(R_{4\tau} - R_{2\tau})$$

und entsprechend Gl.(1), die explizite Darstellung der 12 Vektoren 15_{τ}^{λ} , die sich jedoch aus Platzgründen als Gl.(11) bis Gl.(23) im Anhang zu diesem Absatz findet (hier nicht veröffentlicht).

Die mittleren Fehler der Unbekannten Δx_v^{λ} ergeben sich gemäß Gl.2.232(4) zu

$$(24) \quad \Delta x_v^{\lambda} = \sqrt{\sum_{\tau=0}^{11} (x_{v\tau}^{\lambda})^2 (\Delta T_{\tau}^{\lambda})^2}$$

wobei $\Delta T_{\tau}^{\lambda}$ die mittleren Fehler der Größen T_{τ}^{λ} sind.

4.32 Die Lösung des Gleichungssystems I in operativer Schreibweise

Im letzten Abschnitt sahen wir, wie die Unbekannten des Gleichungssystems I, darunter die Gegenstrahlung G , die Ausstrahlung A und die Strahlungsbilanz S , und deren Ableitungen nach den Größen T_{τ} sich explizit darstellen lassen. Zwecks Aufstellung eines Programms zur Auswertung auf einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage soll die Lösung des Gleichungssystems I in operativer Schreibweise gebracht werden, als Fortsetzung des in Abs. 4.22 gebrachten Programms zur Ermittlung der Temperaturen $T_0 \dots T_7$.

Nun ist es nicht notwendig, für jede Aufstiegsschicht die mittleren Fehler und die Gradienten der Unbekannten zu errechnen, es genügt, dies für einzelne Schichten zu tun. Das bedeutet jedoch, daß die Schichten, für die die mittleren Fehler allein, und die Schichten, für die die mittleren Fehler und die Gradienten angegeben werden sollen, zu kennzeichnen sind. Des weiteren ist zu kennzeichnen, ob die untere oder die obere Platte des Plattensystems III geheizt wird.

Wir bezeichnen mit e die Anzahl und mit $w(\epsilon)$ die Nummern der Schichten, für die die mittleren Fehler angegeben werden sollen. Demnach gilt:

$$(1) \quad 0 \leq e \leq 1$$

$$(2) \quad 1 \leq \epsilon \leq e \\ 1 \leq w(\epsilon) \leq 1$$

Um nun anzugeben, für welche Schichten nur die mittleren Fehler und für welche Schichten zusätzlich noch alle Gradienten angegeben werden sollen, vereinbaren wir: $w(\epsilon) > 0$ bedeutet, es sollen nur die mittleren Fehler, $w(\epsilon) < 0$, es sollen auch die Gradienten angegeben werden. Die letzte Gleichung ist dann zu ersetzen durch:

$$(3) \quad 1 \leq |w(\epsilon)| \leq 1$$

$w(\epsilon)$ wird in folgender Weise benutzt: Es sei zunächst $\epsilon = 1$. Solange der Schichtnummer λ weder $w(\epsilon)$ noch $-w(\epsilon)$ entspricht, formal: solange

$$(4) \quad \lambda = w(\epsilon) \vee \lambda = -w(\epsilon)$$

gilt, werden keine mittleren Fehler errechnet. Entspricht nun λ entweder $w(\epsilon)$ oder $-w(\epsilon)$, formal: gilt

$$(5) \quad \lambda = w(\varepsilon) \sqcup \lambda = -w(\varepsilon) ,$$

so werden zumindest die mittleren Fehler angegeben, im Falle $\lambda = -w(\varepsilon)$ auch die Gradienten. Ist dies nun geschehen, so wird ε um 1 erhöht, und es wird solange fortgefahren, bis wieder für ein λ Gl.(5) gilt, usw. Damit, wenn $e = 0$ ist oder $w(e)$ erreicht ist, die mittleren Fehler nicht mehr errechnet werden, wird gesetzt:

$$(6) \quad w(e+1) = 0 ,$$

wodurch Gl.(5) konstant den Wahrheitswert "falsch" erhält.

Um zu kennzeichnen, ob die untere oder obere Platte des Plattensystems III geheizt wird, machen wir davon Gebrauch, daß stets $a_1 > 0$ ist. Dies ändern wir nun durch folgende Vorschrift, wodurch die Größe a_1 Trägerin weiterer Information wird: $a_1 > 0$ besagt, daß die untere Platte, $a_1 < 0$, daß die obere Platte des Plattensystems III geheizt wird. Zur programminternen Kennzeichnung benutzen wir den Buchstaben z; es gelten die Aussagen:

$$(7) \quad \begin{aligned} a_1 > 0 &\sqcup z = 0 \\ a_1 < 0 &\sqcup z = 1 . \end{aligned}$$

Nach der Wertzuweisung an z muß a_1 natürlich wieder positiv gesetzt werden.

Nach den allgemeinen Richtlinien der operativen Schreibweise (vgl. Abs. 4.222) haben wir zunächst das vorgegebene Datenmaterial zu ordnen. Aus dem ersten Teil des Programms können wir die Größen T_τ , $\tau = 0 \dots 7$ als bekannt voraussetzen sowie die Heizleistung $T_{11} = H$. Es verbleiben die Konstanten σ , $T_8 = a_1$, $T_9 = a_2$ und $T_{10} = \gamma$, die Anzahl e und die Nummern $w(\varepsilon)$ der Schichten, für die die mittleren Fehler berechnet werden, und die mittleren Fehler ΔT_τ der Größen T_τ , $\tau = 0 \dots 11$; dabei können wir voraussetzen, daß die mittleren Fehler ΔT_τ der Plattentemperaturen ($\tau = 1 \dots 6$) miteinander übereinstimmen und daß die mittleren Fehler der Größen T_τ für alle Schichten die gleichen sind. Für dieses Datenmaterial sei folgendes Ordnungsschema gewählt:

$$\begin{aligned} &a_1, a_2, \gamma, \\ &e, \\ &w(1), \dots, w(e), \\ &\Delta T_0, \Delta T_6, \Delta T_7, \Delta T_8, \Delta T_9, \Delta T_{10}, \Delta T_{11}. \end{aligned}$$

Die Stefan-Boltzmannsche Konstante $\sigma = 8.123 \cdot 10^{-11} \text{ cal cm}^{-2} \text{ min}^{-1} \text{ grad}^{-4}$ (vgl. Abs. 2.335) gilt als Konstante des Programms.

Gemäß dem Ordnungsschema der Eingangsdaten gestaltet sich der 1. Schrieb zur Ermittlung der Unbekannten des Gleichungssystems I wie folgt:

$$1 \quad \downarrow \downarrow \downarrow \\ a_1, a_2, \gamma$$

$$2 \quad a_1 > 0: [0 \Rightarrow \beta][1 \Rightarrow \beta, -a_1 \Rightarrow a_1], \quad (2)$$

$$3 \quad \downarrow \\ e$$

$$4 \quad \prod_{\epsilon=1}^e \{w(\epsilon)\}, 1 \Rightarrow \epsilon, \quad 0 \Rightarrow w(e+1), \quad (6)$$

$$5 \quad \prod_{\kappa=0,6}^{11} \{ \Delta T_{\kappa} \}, \prod_{\kappa=1}^5 \{ \Delta T_6 \Rightarrow \Delta T_{\kappa} \},$$

$$6 \quad \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow v, \quad 8.123 \cdot 10^{-11} \Rightarrow \sigma, \quad 4.311(8)$$

$$7 \quad \prod_{\lambda=1}^1 \{ T_2^{\lambda} - T_1^{\lambda} \Rightarrow \Delta_{21}^{\lambda}, T_4^{\lambda} - T_2^{\lambda} \Rightarrow \Delta_{42}^{\lambda}, T_1^{\lambda} - T_3^{\lambda} \Rightarrow \Delta_{13}^{\lambda},$$

$$8 \quad \Delta_{43}^{\lambda} + \Delta_{13}^{\lambda} \Rightarrow B^{\lambda}, \quad 4.311(7)$$

$$9 \quad \frac{T_0^{\lambda} - T_5^{\lambda} - v(T_0^{\lambda} - T_1^{\lambda})}{\Delta_{13}^{\lambda}} \Rightarrow C^{\lambda}, \quad 4.311(10)$$

$$10 \quad \frac{T_6^{\lambda} - T_0^{\lambda} - v(T_2^{\lambda} - T_0^{\lambda})}{\Delta_{42}^{\lambda}} \Rightarrow D^{\lambda}, \quad 4.311(11)$$

$$11 \quad 2 \Delta_{13}^{\lambda} \Delta_{42}^{\lambda} (D^{\lambda} - C^{\lambda}) \Rightarrow P^{\lambda}, \quad 4.311(18)$$

$$12 \quad 0 \Rightarrow R_{0,-1}^{\lambda},$$

$$13 \quad a_1 \sigma (T_1^{\lambda})^4 + \gamma T_7^{\lambda-H} \Rightarrow R_{1,-1}^{\lambda},$$

$$14 \quad a_1 \sigma (T_2^{\lambda})^4 + \gamma T_7^{\lambda} \Rightarrow R_{2,-1}^{\lambda},$$

$$15 \quad a_1 \sigma (T_3^{\lambda})^4 + \gamma T_7^{\lambda} \Rightarrow R_{3,-1}^{\lambda},$$

$$16 \quad a_1 \sigma (T_4^{\lambda})^4 + \gamma T_7^{\lambda-H} \Rightarrow R_{4,-1}^{\lambda},$$

4.311(2)

oder

4.311(23)

$$\begin{array}{lcl}
17 & \mathfrak{z} = 0 : [a_2 \sigma(T_5^\lambda)^4 + \gamma T_7^\lambda \Rightarrow R_{5,-1}^\lambda] , & \\
18 & a_2 \sigma(T_6^\lambda)^4 + \gamma T_7^\lambda \Rightarrow R_{6,-1}^\lambda]_{\mathfrak{z}} & \\
19 & [a_2 \sigma(T_5^\lambda)^4 + \gamma T_7^\lambda \Rightarrow R_{5,-1}^\lambda] , & \\
20 & a_2 \sigma(T_6^\lambda)^4 + \gamma T_7^\lambda \Rightarrow R_{6,-1}^\lambda]_{\mathfrak{z}} , &
\end{array}
\left. \vphantom{\begin{array}{l} 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} 4.311(2) \\ \\ 4.311(23) \end{array}$$

$$21 \quad \lambda = w(\epsilon) \vdash \lambda = -w(\epsilon) : [\rightarrow \text{NON}], \quad (4)$$

$$\begin{array}{lcl}
22 & 0 \Rightarrow R_{00}^\lambda , & \\
23 & \underbrace{\textcircled{2}}_{\kappa=1}^5 \{ -X_{3,-1}^\lambda \Rightarrow R_{\kappa 0}^\lambda \} , & \\
24 & \underbrace{\textcircled{2}}_{\kappa=2}^6 \{ -X_{4,-1}^\lambda \Rightarrow R_{\kappa 0}^\lambda \} , & \\
25 & \underbrace{\textcircled{1}}_{\kappa=0,3}^6 \{ 0 \Rightarrow R_{\kappa 1}^\lambda \} , & \\
26 & 4a_1 \sigma(T_1^\lambda)^3 + X_{3,-1}^\lambda + X_{5,-1}^\lambda - X_{6,-1}^\lambda \Rightarrow R_{11}^\lambda , & \\
27 & -X_{5,-1}^\lambda - X_{6,-1}^\lambda \Rightarrow R_{21}^\lambda , & \\
28 & \underbrace{\textcircled{1}}_{\kappa=0,3}^6 \{ 0 \Rightarrow R_{\kappa 2}^\lambda \} , & \\
29 & -X_{5,-1}^\lambda + X_{6,-1}^\lambda \Rightarrow R_{12}^\lambda , & \\
30 & 4a_1 \sigma(T_2^\lambda)^3 + X_{4,-1}^\lambda + X_{5,-1}^\lambda + X_{6,-1}^\lambda \Rightarrow R_{22}^\lambda , &
\end{array}
\left. \vphantom{\begin{array}{l} 22 \\ 23 \\ 24 \\ 25 \\ 26 \\ 27 \\ 28 \\ 29 \\ 30 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} 4.312(11) \\ \\ \\ 4.312(12) \\ \\ \\ 4.312(13) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
31 & \prod_{\kappa=0,5}^{26} \{ 0 \Rightarrow R_{\kappa 3}^{\lambda} \}, & \\
32 & 4a_1 \sigma(T_3^{\lambda})^4 + X_{3,-1}^{\lambda} + X_{5,-1}^{\lambda} - X_{6,-1}^{\lambda} \Rightarrow R_{33}^{\lambda}, & \\
33 & - X_{5,-1}^{\lambda} - X_{6,-1}^{\lambda} \Rightarrow R_{43}^{\lambda}, & \\
34 & \prod_{\kappa=0,5}^{26} \{ 0 \Rightarrow R_{\kappa 4}^{\lambda} \}, & \\
35 & - X_{5,-1}^{\lambda} + X_{6,-1}^{\lambda} \Rightarrow R_{34}^{\lambda}, & \\
36 & 4a_1 \sigma(T_4^{\lambda})^3 + X_{4,-1}^{\lambda} + X_{5,-1}^{\lambda} + X_{6,-1}^{\lambda} \Rightarrow R_{44}^{\lambda}, & \\
37 & \prod_{\kappa=0}^4 \{ 0 \Rightarrow R_{\kappa 5}^{\lambda} \}, & \\
38 & 4a_2 \sigma(T_5^{\lambda})^3 + X_{3,-1}^{\lambda} + X_{5,-1}^{\lambda} - X_{6,-1}^{\lambda} \Rightarrow R_{55}^{\lambda}, & \\
39 & - X_{5,-1}^{\lambda} - X_{6,-1}^{\lambda} \Rightarrow R_{65}^{\lambda}, & \\
40 & \prod_{\kappa=0}^4 \{ 0 \Rightarrow R_{\kappa 6}^{\lambda} \}, & \\
41 & - X_{5,-1}^{\lambda} + X_{6,-1}^{\lambda} \Rightarrow R_{56}^{\lambda}, & \\
42 & 4a_2 \sigma(T_6^{\lambda})^3 + X_{5,-1}^{\lambda} + X_{4,-1}^{\lambda} + X_{6,-1}^{\lambda} \Rightarrow R_{66}^{\lambda}, & \\
43 & 0 \Rightarrow R_{07}^{\lambda}, & \\
44 & \prod_{\kappa=1}^6 \{ \gamma \Rightarrow R_{\kappa 7}^{\lambda} \}, &
\end{array}
\begin{array}{l}
\left. \begin{array}{l} 31 \\ 32 \\ 33 \end{array} \right\} 4.312(14) \\
\left. \begin{array}{l} 34 \\ 35 \end{array} \right\} 4.312(15) \\
\left. \begin{array}{l} 36 \\ 37 \end{array} \right\} \\
\left. \begin{array}{l} 38 \\ 39 \end{array} \right\} 4.312(16) \\
\left. \begin{array}{l} 40 \\ 41 \end{array} \right\} 4.312(17) \\
\left. \begin{array}{l} 42 \\ 43 \\ 44 \end{array} \right\} 4.312(18)
\end{array}$$

45	$0 \Rightarrow (R_{08}^\lambda, R_{58}^\lambda, R_{68}^\lambda) ,$	}	4.312(19)
46	$\sigma(T_1^\lambda)^4 - x_{1,-1}^\lambda \Rightarrow R_{18}^\lambda ,$		
47	$\sigma(T_2^\lambda)^4 - x_{2,-1}^\lambda \Rightarrow R_{28}^\lambda ,$		
48	$\sigma(T_3^\lambda)^4 - x_{1,-1}^\lambda \Rightarrow R_{38}^\lambda ,$	}	4.312(19)
49	$\sigma(T_4^\lambda)^4 - x_{2,-1}^\lambda \Rightarrow R_{48}^\lambda ,$		
50	$\bigcap_{\kappa=0}^4 \{0 \Rightarrow R_{\kappa 9}^\lambda\} ,$	}	4.312(20)
51	$\sigma(T_5^\lambda)^4 - x_{1,-1}^\lambda \Rightarrow R_{59}^\lambda ,$		
52	$\sigma(T_6^\lambda)^4 - x_{2,-1}^\lambda \Rightarrow R_{69}^\lambda ,$		
53	$0 \Rightarrow R_{0,10}$	}	4.312(21)
54	$\bigcap_{\kappa=1}^6 \{T_7^\lambda \Rightarrow R_{\kappa,10}^\lambda\} ,$		
55	$0 \Rightarrow (R_{0,11}^\lambda, R_{2,11}^\lambda, R_{3,11}^\lambda) ,$	}	4.312(22) oder 4.312(23)
56	$-1 \Rightarrow (R_{1,11}^\lambda, R_{4,11}^\lambda) ,$		
57	$\mathfrak{J} = 0 : [0 \Rightarrow R_{5,11}^\lambda, -1 \Rightarrow R_{6,11}^\lambda]_{\mathfrak{J}}$		
58	$[-1 \Rightarrow R_{5,11}^\lambda, 0 \Rightarrow R_{6,11}^\lambda]_{\mathfrak{J}} ,$		

$$59 \quad \text{NON: } \prod_{\tau=-1}^{11} \{ R_{5\tau}^{\lambda} - VR_{1\tau}^{\lambda} - C^{\lambda} (R_{3\tau}^{\lambda} - R_{1\tau}^{\lambda}) \Rightarrow E_{\tau}^{\lambda}, \quad 4.312(9)$$

$$60 \quad R_{6\tau}^{\lambda} - VR_{2\tau}^{\lambda} - D^{\lambda} (R_{4\tau}^{\lambda} - R_{2\tau}^{\lambda}) \Rightarrow F_{\tau}^{\lambda}, \quad 4.312(10)$$

$$61 \quad \frac{1}{P^{\lambda}} (\Delta_{42}^{\lambda} F_{\tau}^{\lambda} - \Delta_{13}^{\lambda} E_{\tau}^{\lambda}) \Rightarrow X_{6\tau}^{\lambda},$$

$$62 \quad \frac{1}{P^{\lambda}} (\Delta_{42}^{\lambda} F_{\tau}^{\lambda} + \Delta_{13}^{\lambda} E_{\tau}^{\lambda}) \Rightarrow X_{5\tau}^{\lambda}$$

$$63 \quad - \frac{1}{\Delta_{42}^{\lambda}} (R_{4\tau}^{\lambda} - R_{2\tau}^{\lambda} + B^{\lambda} (X_{5\tau}^{\lambda} + X_{6\tau}^{\lambda})) \Rightarrow X_{4\tau}^{\lambda},$$

$$64 \quad \frac{1}{\Delta_{13}^{\lambda}} (R_{3\tau}^{\lambda} - R_{1\tau}^{\lambda} - B^{\lambda} (X_{5\tau}^{\lambda} - X_{6\tau}^{\lambda})) \Rightarrow X_{3\tau}^{\lambda}, \quad 4.312(8)$$

$$65 \quad \frac{1}{a_1} (R_{2\tau}^{\lambda} + \Delta_{21}^{\lambda} (X_{5\tau}^{\lambda} + X_{6\tau}^{\lambda}) + (T_2^{\lambda} - T_0^{\lambda}) \cdot X_{4\tau}^{\lambda}) \Rightarrow X_{2\tau}^{\lambda},$$

$$66 \quad \frac{1}{a_1} (R_{1\tau}^{\lambda} - \Delta_{21}^{\lambda} (X_{5\tau}^{\lambda} - X_{6\tau}^{\lambda}) + (T_1^{\lambda} - T_0^{\lambda}) \cdot X_{3\tau}^{\lambda}) \Rightarrow X_{1\tau}^{\lambda},$$

$$67 \quad X_{2\tau}^{\lambda} - X_{1\tau}^{\lambda} \Rightarrow X_{0\tau}^{\lambda},$$

$$68 \quad \lambda = w(\varepsilon) \neg \lambda = -w(\varepsilon) : [\neg \text{NÄCHST}]_{\tau}^{\lambda},$$

$$69 \quad \text{NÄCHST: } \lambda, \prod_{v=0}^6 \{ X_{v\tau}^{\lambda}, -1 \},$$

$$70 \quad \lambda = -w(\varepsilon) : \left[\prod_{\tau=0}^{11} \left\{ \lambda, \prod_{v=0}^6 \{ X_{v\tau}^{\lambda} \} \right\} \right]_{\tau}^{\lambda},$$

$$71 \quad \lambda = w(\varepsilon) \sqcup \lambda = -w(\varepsilon) : [\lambda, \quad (5)$$

$$72 \quad \prod_{v=0}^6 \left\{ \sqrt{\sum_{\tau=0}^{11} (X_{v\tau}^{\lambda})^2 (\Delta T_{\tau})^2} \Rightarrow \Delta X_v^{\lambda}, \quad 4.312(24)$$

$$73 \quad \Delta X_{vv}^{\lambda} \},$$

$$74 \quad \varepsilon + 1 \Rightarrow \varepsilon]_{\lambda\lambda}^{\lambda},$$

Der vorliegende 1. Schrieb des Problems ist nun gemäß den in Abs. 4.222 angegebenen Regeln zu überarbeiten. Die Indizierung von R und X mit τ wird dadurch vermieden, daß die Definitionen der Größen R in den τ - Zyklus mit einbezogen werden, in dem die Größen X errechnet werden; daraus folgt allerdings eine Fallunterscheidung bezüglich der verschiedenen τ , die wir durch eine indizierte Kennzeichnung K_τ erreichen.

Der letzte Schrieb des Problems ergibt sich wie folgt:

$$1 \quad \begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a_1, & a_2, & \gamma \end{array}$$

$$3 \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ \lambda, \end{array}$$

$$4 \quad \prod_{\kappa=1}^{\lambda} \{w(\epsilon)\}, \quad 1 \Rightarrow \epsilon, \quad 0 \Rightarrow w(\lambda+1),$$

$$5 \quad \prod_{\kappa=0,6}^{11} \{\Delta_{\tau\kappa}\}, \quad \prod_{\kappa=1}^5 \{\Delta_{\tau 6} \Rightarrow \Delta_{\tau\kappa}\},$$

$$6.1 \quad 0 \Rightarrow R_0,$$

$$6.2 \quad -1 \Rightarrow (H(1), H(4)), \quad 0 \Rightarrow (H(2), H(3)),$$

$$6.3 \quad a_1 > 0: [0 \Rightarrow H(5), -1 \Rightarrow H(6)] [-1 \Rightarrow H(5), 0 \Rightarrow H(6), -a_1 \Rightarrow a_1],$$

$$6.4 \quad \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow v, \quad \prod_{\kappa=1}^4 \{a_1 \Rightarrow a(\kappa)\}, \quad a_2 \Rightarrow (a(5), a(6)),$$

$$7 \quad \prod_{\lambda=1}^1 \{T_2^\lambda - T_1^\lambda \Rightarrow \Delta_{21}, T_4^\lambda - T_2^\lambda \Rightarrow \Delta_{42}, T_1^\lambda - T_3^\lambda \Rightarrow \Delta_{13},$$

$$8.1 \quad \Delta_{42} + \Delta_{13} \Rightarrow B, \quad T_2^\lambda - T_0^\lambda \Rightarrow \Delta_{20}, \quad T_1^\lambda - T_0^\lambda \Rightarrow \Delta_{10},$$

$$8.2 \quad \lambda = w(\epsilon) \vdash \lambda = -w(\epsilon) \Rightarrow p,$$

$$9 \quad \frac{T_0^\lambda - T_5^\lambda + v \Delta_{10}}{\Delta_{13}} \Rightarrow C ,$$

$$10 \quad \frac{T_6^\lambda - T_0^\lambda - v \Delta_{20}}{\Delta_{42}} \Rightarrow D ,$$

$$11.1 \quad 2 \Delta_{13} \Delta_{42} (D-C) \Rightarrow P , \quad \gamma T_7^\lambda \Rightarrow U ,$$

$$11.2 \quad \prod_{\kappa=1}^6 \{ \sigma (T_\kappa^\lambda)^4 \Rightarrow \Theta_\kappa , \quad 4a(\kappa) \sigma (T_\kappa^\lambda)^3 \Rightarrow \bar{\Theta}_\kappa \} ,$$

$$12 \quad \prod_{\tau=-1}^{11} \{ \tau \neq -1 : [\prod_{\kappa=1}^6 \{ 0 \Rightarrow R_\kappa \} , \rightarrow K_\tau] ,$$

$$13 \quad \prod_{\kappa=1}^6 \{ a(\kappa) \Theta_\kappa + U + H(\kappa) \cdot H \Rightarrow R_\kappa \} , \rightarrow \text{FORT} ,$$

$$23 \quad K_0 : -y_3 \Rightarrow (R_1, R_3, R_5) ,$$

$$24.1 \quad -y_4 \Rightarrow (R_2, R_4, R_6) ,$$

$$24.2 \quad y_3 + y_6 \Rightarrow y_3 , \quad y_4 + y_5 \Rightarrow y_4 , \quad \rightarrow \text{FORT} ,$$

$$26 \quad K_1 : \bar{\Theta}_1 + y_3 \Rightarrow R_1 ,$$

$$27 \quad -y_5 \Rightarrow R_2 , \rightarrow \text{FORT} ,$$

$$29 \quad K_2 : -y_6 \Rightarrow R_1 ,$$

$$30 \quad \bar{\Theta}_2 + y_4 \Rightarrow R_2 , \rightarrow \text{FORT} ,$$

$$32 \quad K_3 : \bar{\Theta}_3 + y_3 \Rightarrow R_3 ,$$

- 33 $-y_5 \Rightarrow R_4, \rightarrow \text{FORT},$
- 35 $K_4: -y_6 \Rightarrow R_3,$
- 36 $\bar{\Theta}_4 + y_4 \Rightarrow R_4, \rightarrow \text{FORT},$
- 38 $K_5: \bar{\Theta}_5 + y_3 \Rightarrow R_5,$
- 39 $-y_5 \Rightarrow R_6, \rightarrow \text{FORT},$
- 41 $K_6: -y_6 \Rightarrow R_5,$
- 42 $\bar{\Theta}_6 + y_4 \Rightarrow R_6, \rightarrow \text{FORT},$
- 44 $K_7: \bigcap_{\kappa=1}^6 \{ \gamma \Rightarrow R_{\kappa} \}, \rightarrow \text{FORT},$
- 46 $K_8: \Theta_1 - y_1 \Rightarrow R_1,$
- 47 $\Theta_2 - y_2 \Rightarrow R_2,$
- 48 $\Theta_3 - y_1 \Rightarrow R_3,$
- 49 $\Theta_4 - y_2 \Rightarrow R_4, \rightarrow \text{FORT},$
- 51 $K_9: \Theta_5 - y_1 \Rightarrow R_5,$
- 52 $\Theta_6 - y_2 \Rightarrow R_6, \rightarrow \text{FORT},$
- 54 $K_{10}: \bigcap_{\kappa=1}^6 \{ T_7 \Rightarrow R_{\kappa} \}, \rightarrow \text{FORT},$

$$56 \quad K_{11} : \bigcap_{\kappa=1}^6 \{H(\kappa) \Rightarrow R_{\kappa}\},$$

$$59 \quad \text{FORT} : R_5 - VR_1 - C(R_3 - R_1) \Rightarrow E,$$

$$60 \quad R_6 - VR_2 - D(R_4 - R_2) \Rightarrow F,$$

$$61 \quad \frac{1}{P}(\Delta_{42}^F - \Delta_{13}^E) \Rightarrow X_6,$$

$$62 \quad \frac{1}{P}(\Delta_{42}^F + \Delta_{13}^E) \Rightarrow X_5,$$

$$63 \quad -\frac{1}{\Delta_{42}}(R_4 - R_2 + B(X_5 + X_6)) \Rightarrow X_4,$$

$$64 \quad \frac{1}{\Delta_{13}}(R_3 - R_1 - B(X_5 - X_6)) \Rightarrow X_3,$$

$$65 \quad \frac{1}{a_1}(R_2 + \Delta_{21}(X_5 + X_6) + \Delta_{20}X_4) \Rightarrow X_2,$$

$$66 \quad \frac{1}{a_1}(R_1 - \Delta_{21}(X_5 - X_6) + \Delta_{10}X_3) \Rightarrow X_1,$$

$$67 \quad X_2 - X_1 \Rightarrow X_0,$$

$$68 \quad \tau = -1 \vee \lambda \neq W(\varepsilon) : [\lambda, \bigcap_{\kappa=0}^6 \{X_{\kappa}\}],$$

$$69 \quad \tau = -1 : [p : [\bigcap_{\kappa=0}^6 \{0 \Rightarrow \Delta X_{\kappa}, X_{\kappa} \Rightarrow y_{\kappa}\}, X_5 + X_6 \Rightarrow y_5, X_5 - X_6 \Rightarrow y_6] [\rightarrow \text{NÄCHST}]]_{p\tau}]$$

$$72 \quad [\bigcap_{\tau \kappa=0}^6 \{\Delta X_{\kappa} + X_{\kappa}^2 \cdot \Delta T_{\kappa}^2 \Rightarrow \Delta X_{\kappa \tau \tau}\}],$$

$$73 \quad p : [\lambda, \bigcap_{\kappa=0}^6 \{\sqrt{\Delta X_{\kappa}} \Rightarrow \Delta X_{\kappa}, \Delta X_{\kappa}\}, \varepsilon + 1 \Rightarrow \varepsilon]_p,$$

$$74 \quad \text{NÄCHST} : \left\{ \begin{array}{l} \lambda \end{array} \right\}$$

5. Experimentelle Ergebnisse

5.1 Vorbemerkung

Bevor die durchgeführten Aufstiege im einzelnen besprochen werden, soll nochmals darauf hingewiesen werden, daß es sich hierbei nur um Beispiele handelt. Hauptzweck dieser Arbeit war es, ein Verfahren zur Messung der Strahlungsgrößen G , A und S zu entwickeln; die Aufstiege wurden zu dem Zweck ausgeführt, dieses Verfahren zu erproben, aus ihren Ergebnissen weitreichende Schlüsse über die Größen A , G und S ziehen zu wollen, wäre verfrüht. Aus diesem Grund wird im folgenden nur eine sehr summarische Diskussion der Aufstiegsergebnisse durchgeführt.

5.2 Die Ergebnisse

5.21 Allgemeines zur Darstellung der einzelnen Größen

Die Auswertung der Versuchsergebnisse, wie sie in Absatz 4 vorgeführt wurde, erlaubt aus einem Aufstieg an Daten zu ermitteln:

1. die Lufttemperatur,
2. die Temperaturen der einzelnen Platten,
3. die zeitlichen Temperaturänderungen der Platten,
4. die Druck- und Höhenwerte der Schichten,
5. pro Schicht die Werte der Gegenstrahlung G , der Ausstrahlung A und der Strahlungsbilanz S ,
6. pro Schicht die Werte der Wärmeübergangszahlen α_A , α_G , β , ζ ,
7. die mittleren Fehler der unter 5. und 6. genannten Größen,
8. die Gradienten der unter 5. und 6. genannten Größen, d.h. also, ihre Abhängigkeit von den zwölf Meßgrößen.

Von diesen Werten am interessantesten sind die Lufttemperatur und die Werte von G , A und S sowie ihre mittleren Fehler in Abhängigkeit von der Höhe, weswegen diese Werte für alle ausgeführten Aufstiege dargestellt werden. Die Ordinate stellt die Höhe dar, ausgedrückt durch den Druck in logarithmischer Darstellung, die Abszisse zeigt die Strahlungsstromdichte in der Dimension $\text{cal cm}^{-2} \text{min}^{-1}$ bzw. die Temperatur in der Dimension grad K. Der doppelte mittlere Fehler wird als Streubreite bei den entsprechenden Werten parallel zur Abszisse aufgetragen, wobei der wahre Wert mit derselben Wahrscheinlichkeit innerhalb der Streubreite liegt, mit der auch die gemessenen Werte innerhalb ihrer Streubreite liegen. Allerdings stellt die Streubreite nur ein Maß für

zufällige Fehler dar, systematische Fehler werden durch sie nicht erfaßt. Zusätzlich sind bei allen Aufstiegen die Lufttemperatur und die Feuchtigkeit gemäß dem Routineaufstieg derselben Nacht aufgetragen.

Die übrigen oben genannten Ergebnisse werden am Beispiel des Aufstiegs Nr. 3 vorgeführt, wobei die Ordinate nach wie vor die Höhe darstellt.

Da die Unterschiede der einzelnen Plattentemperaturen untereinander und der Lufttemperatur relativ klein im Verhältnis zu der Änderung dieser Größe selbst sind, wäre, um diese Unterschiede überhaupt aufzeigen zu können, ein unverhältnismäßig großer Maßstab notwendig. Folgender Weg wurde beschritten: Anschließend an die Darstellung der Lufttemperatur T_o wurden, im Maßstab 1:10 vergrößert, die Differenzen $\Delta\mu_o = T_\mu - T_o$ anstelle der Plattentemperaturen T_μ aufgetragen, wodurch zwar ein etwas verzerrtes Bild entsteht, jedoch die Entwicklung der einzelnen Plattentemperaturen und ihre Unterschiede untereinander gut zu überblicken sind.

Um die Gradienten der Größen G, A und S darzustellen, wurde die Neigung, der Anstieg dieser Größen am Meßort in Abhängigkeit von den einzelnen Meßgrößen aufgetragen, wobei für die Meßgrößen passende Maßstäbe gesucht wurden. Hier stellt die Ordinate die Strahlungsstromdichte, die Abszisse die einzelnen Meßgrößen dar. Auf diese Weise wurde versucht, ein Bild von der Reaktion der zu ermittelnden Größen G, A und S auf eine Änderung der Meßgrößen zu geben.

Neben den gemessenen Werten G, A und S wurden in die Darstellung des Aufstiegs Nr. 3 auch die mit dem von MÖLLER entworfenen Diagrammpapier errechneten Werte aufgetragen (vgl. [MÖLLER 1]). Diesen Werten liegen die Temperaturen und Feuchtemeßwerte des folgenden nächtlichen Routineaufstiegs zugrunde.

5.22 Darstellung der Ergebnisse des Aufstiegs Nr. 3 vom 1.10.62

Tag, Zeit: 1.10.1962, 19,28 MEZ

Bodenwerte:

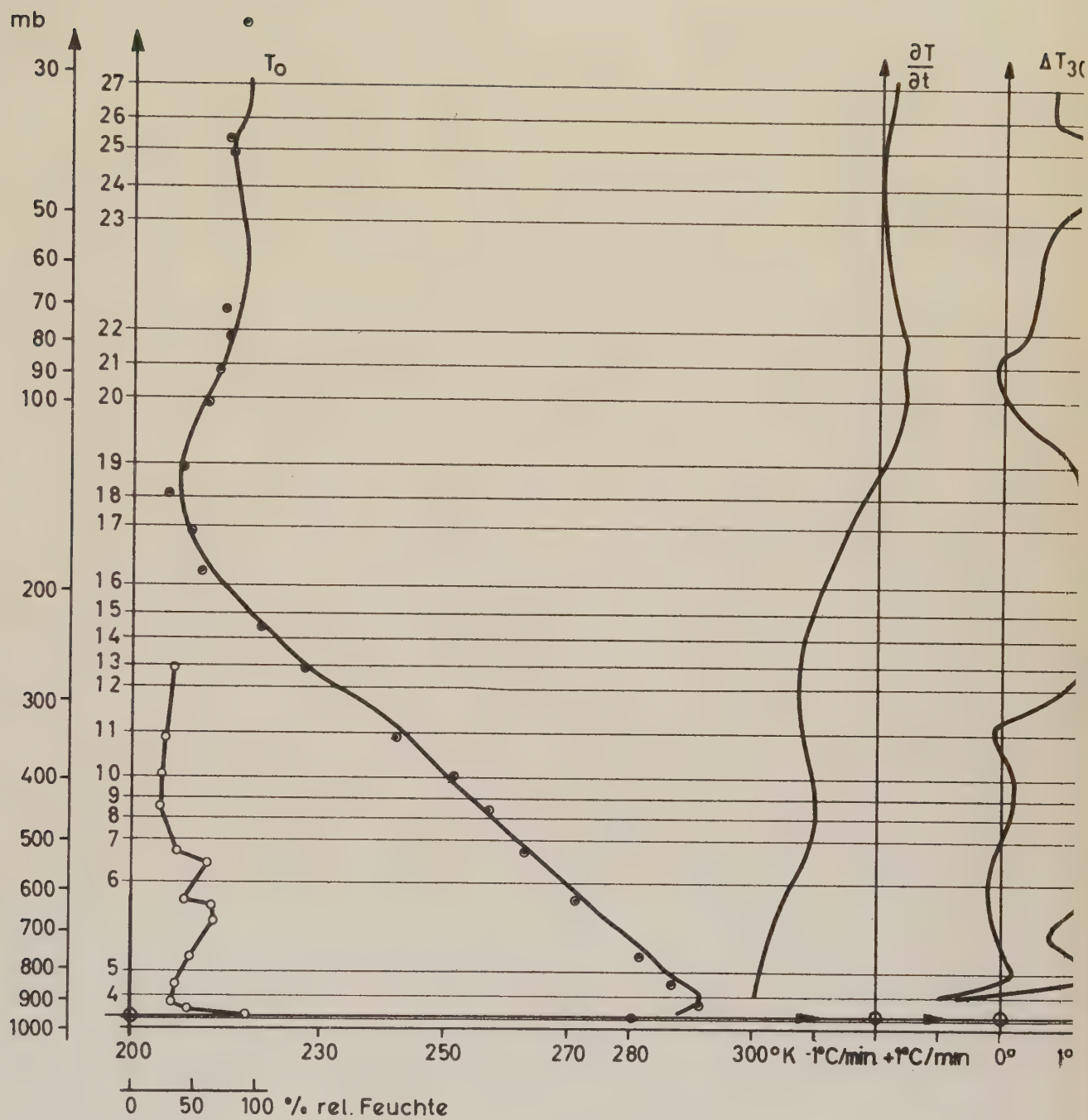
Temperaturen: trocken 14,1°C, feucht 12,6°C, Bodenoberfläche 12,7°C

Relative Feuchte: 84 %

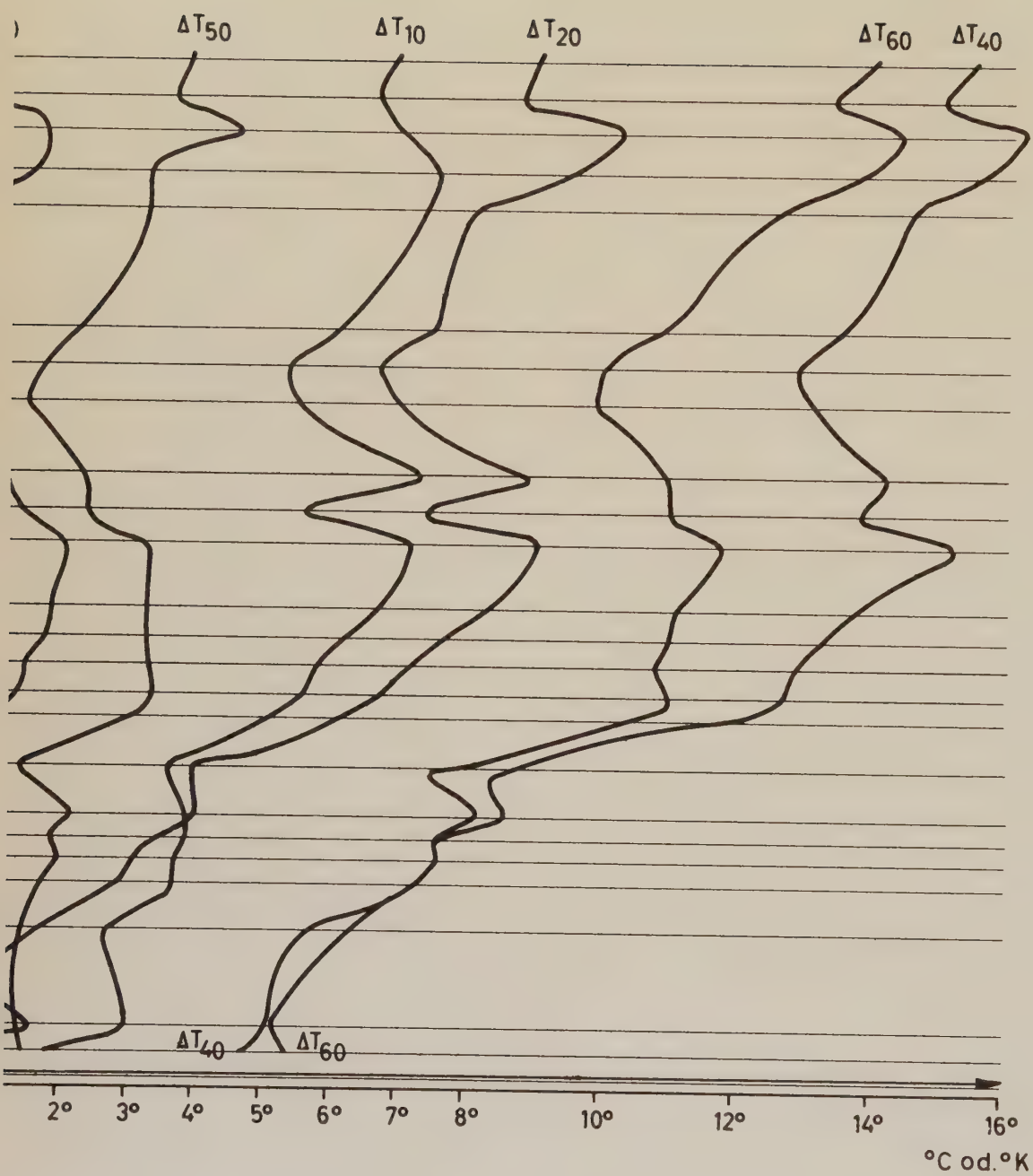
Druck: 959 mb

Wetter:

Wind: windstill



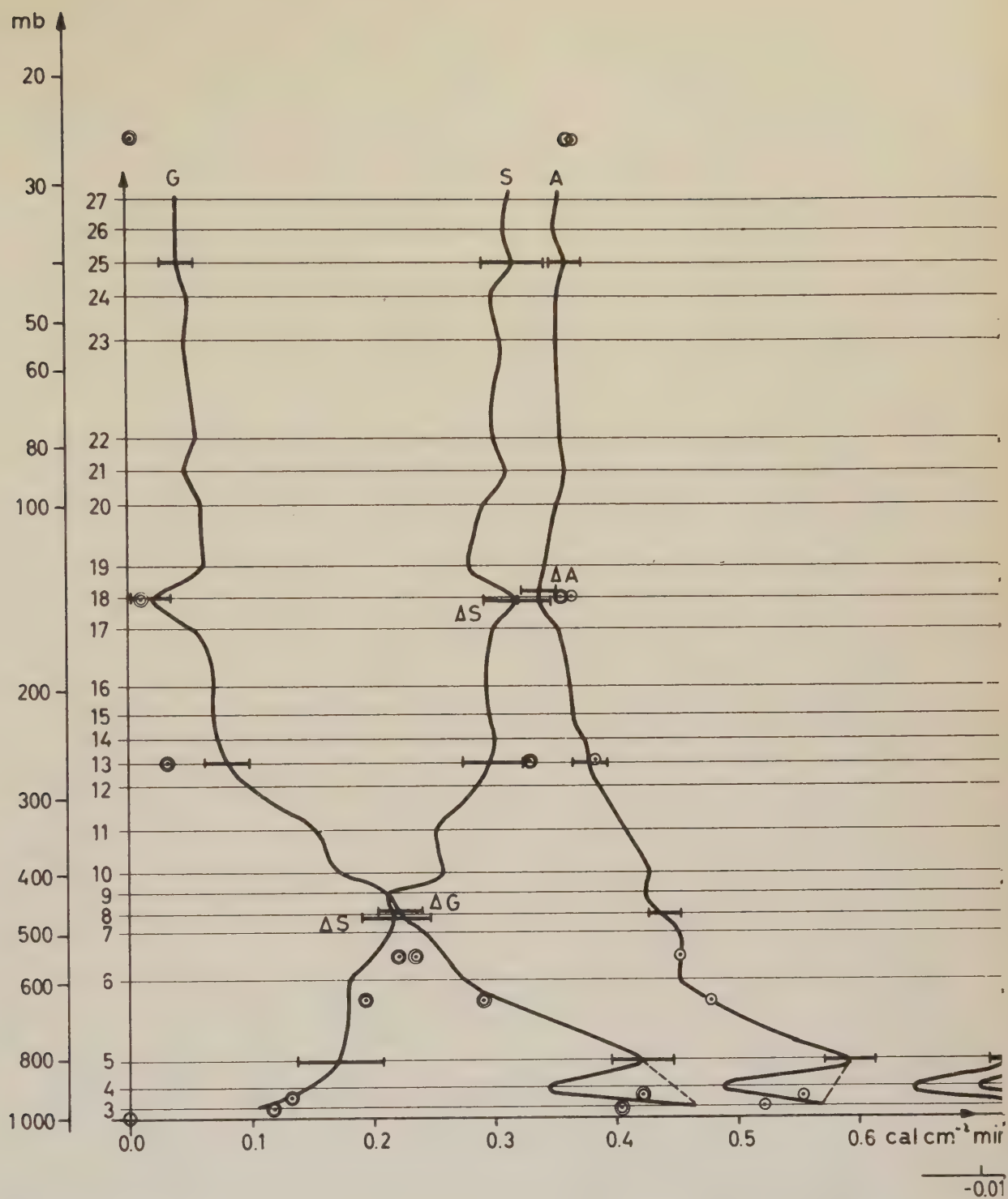
- Lufttemperatur gemäß Messfühler
- Lufttemperatur gemäß Routineaufstieg derselben Nacht
- relative Feuchtigkeit gemäß Routineaufstieg derselben Nacht



Die Plattentemperaturen im Vergleich zur Lufttemperatur

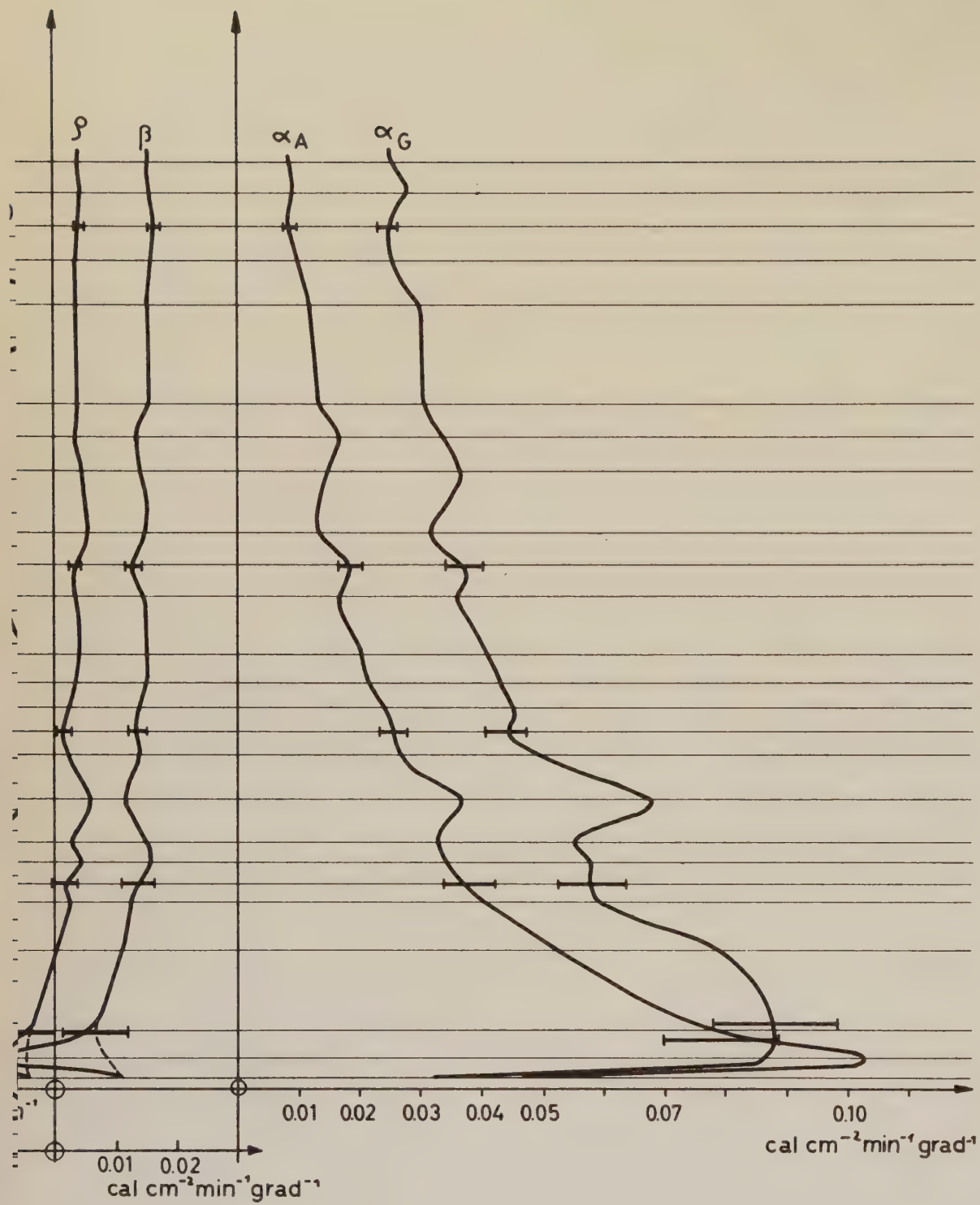
Aufstieg Nr. 3

Abb. 1



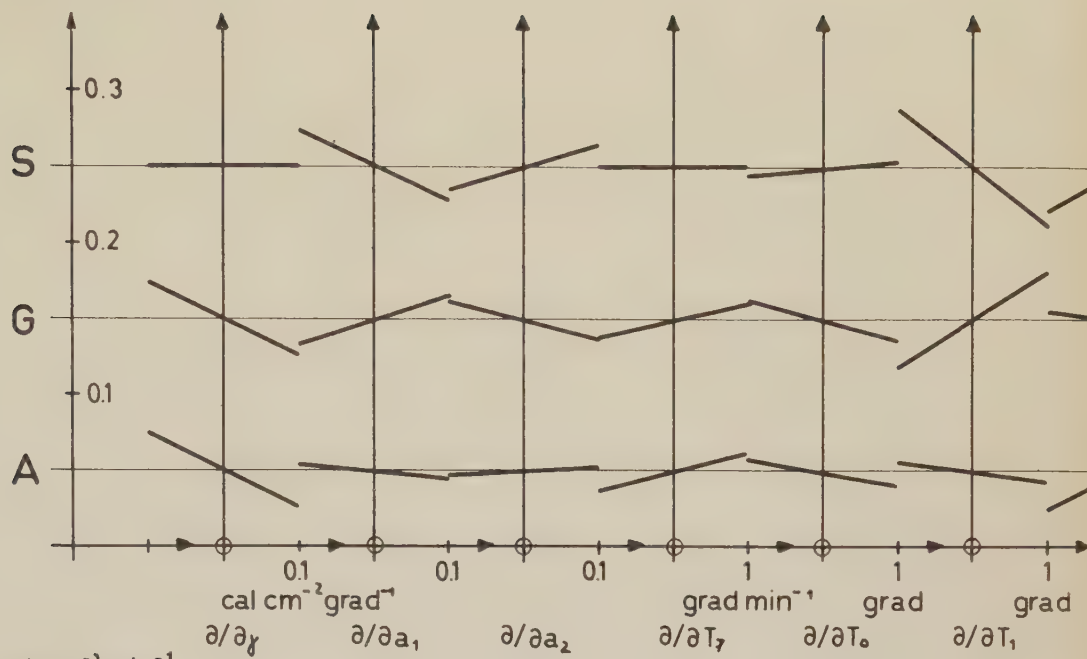
Die Gegenstrahlung G, die Ausstrahlung A und die Strahlungsbilanz S.

- Die Ausstrahlung A
 - ⊙ Die Gegenstrahlung G
 - ⊙ Die Strahlungsbilanz S
 - Streubreite (Doppelter Mittlerer Fehler)
- berechnet auf einem Diagrammpapier nach Möller

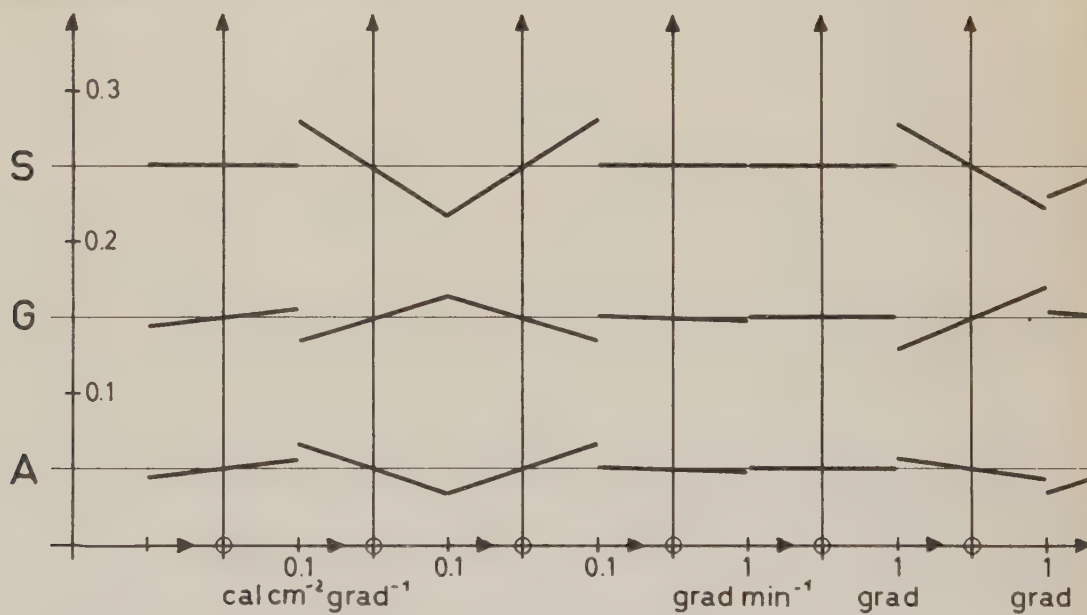


Die Größen α_G , α_A , β und ρ

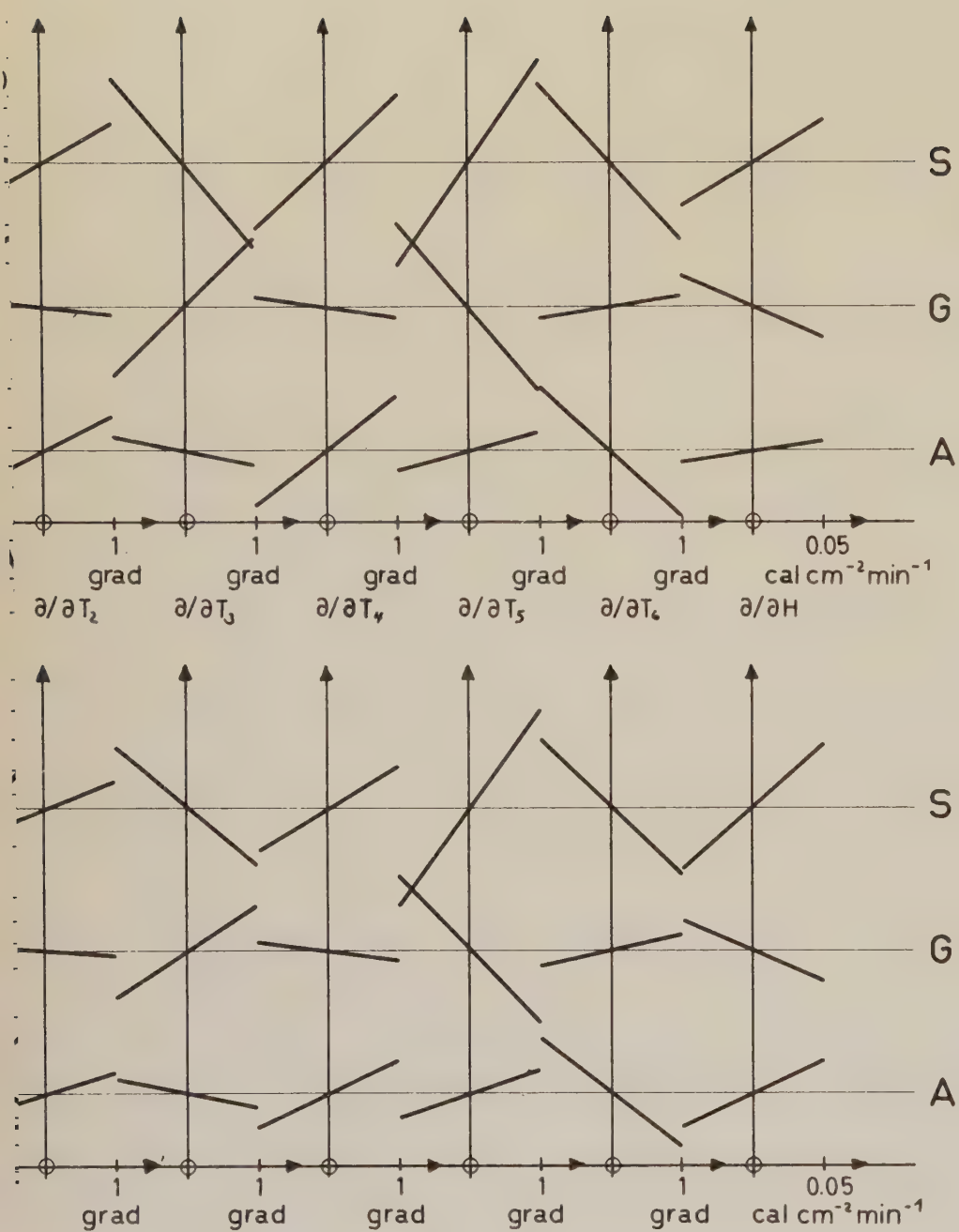
cal cm⁻² min⁻¹



cal cm⁻² min⁻¹



Die



Gradiënten der Aufstiegsschichten Nr. 8 und Nr. 18
von Aufstieg Nr. 3

Wolken: wolkenlos

Sonstige Angaben: feuchter Dunst

Erreichte Höhe: 32 mb, d.h. 23 500 m üb.NN.

Zahl der ausgewerteten Schichten: 27, davon 3 Bodenschichten

Routineaufstieg: 2.10.1962

Dargestellte Größen:

Abb. 1: Lufttemperatur, relative Feuchtigkeit, zeitliche Änderung der Plattentemperatur, Differenz der Plattentemperatur zur Lufttemperatur

Abb. 2: Die Gegenstrahlung G, die Ausstrahlung A, die Strahlungsbilanz S (diese drei Werte sowohl gemessen als auch mittels des Diagrammpapiers nach MÖLLER errechnet) und die Wärmeleitzahlen α_A , α_G , β und ζ .

Abb. 3: Die Gradienten der Größen G, A und S der Aufstiegsschichten Nr. 8 und Nr. 18.

5.23 Die übrigen Aufstiege in zeitlicher Reihenfolge

(Dargestellt sind jeweils Lufttemperatur, relative Feuchtigkeit, Gegenstrahlung G, Ausstrahlung A und Strahlungsbilanz S)

5.231 Aufstieg Nr. 1 vom 20.6.61 (Abb. 4)

Tag, Zeit: 20.6.61, 21.00 MEZ

Bodenwerte:

Temperatur: 13,3°C

Rel. Feuchte: 83 %

Druck: 962 mb

Wetter:

Wind: windstill

Wolken: Aufzu in NW (Cirren)

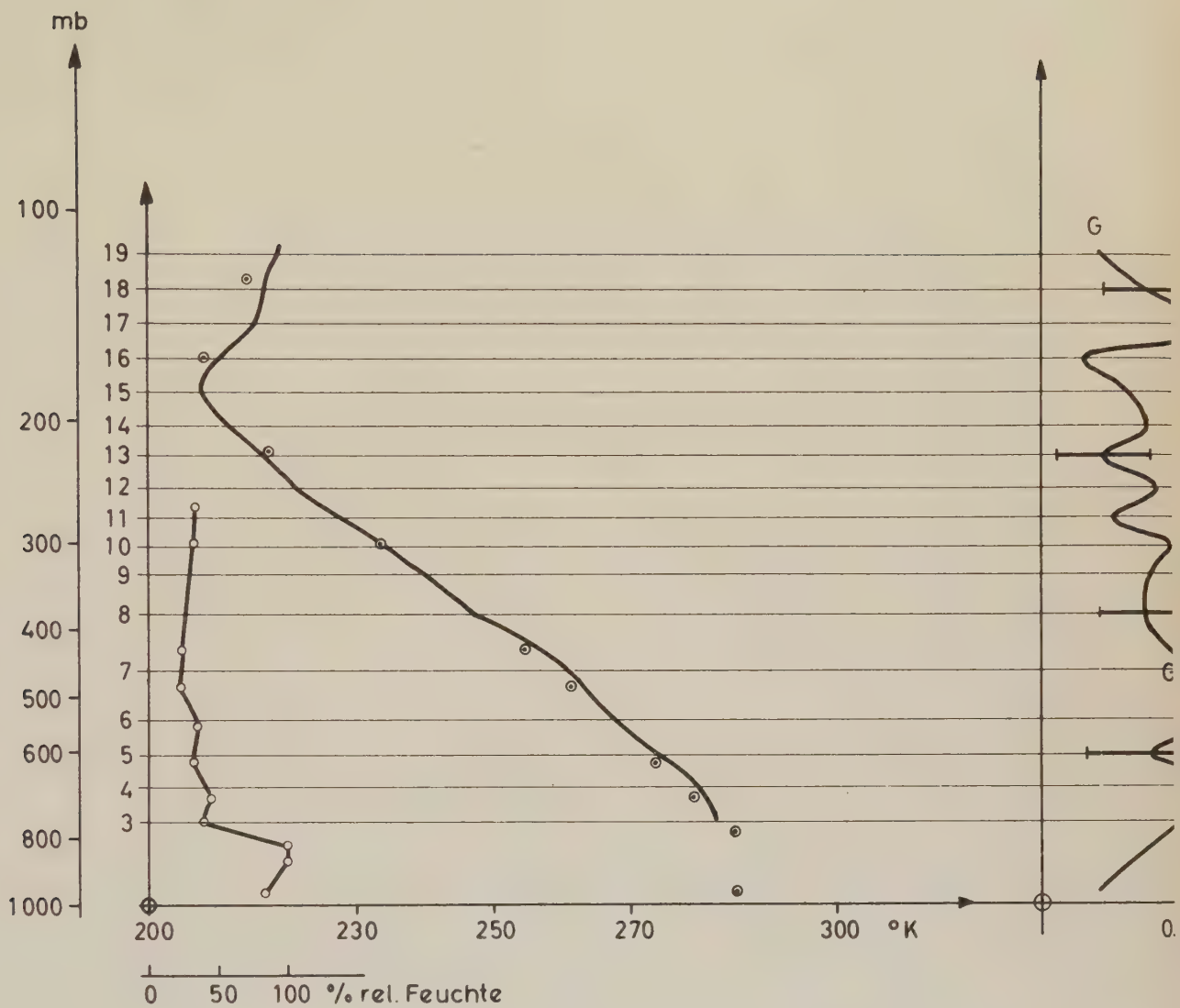
Sonstige Angaben: dunstig

Erreichte Höhe: 115 mb

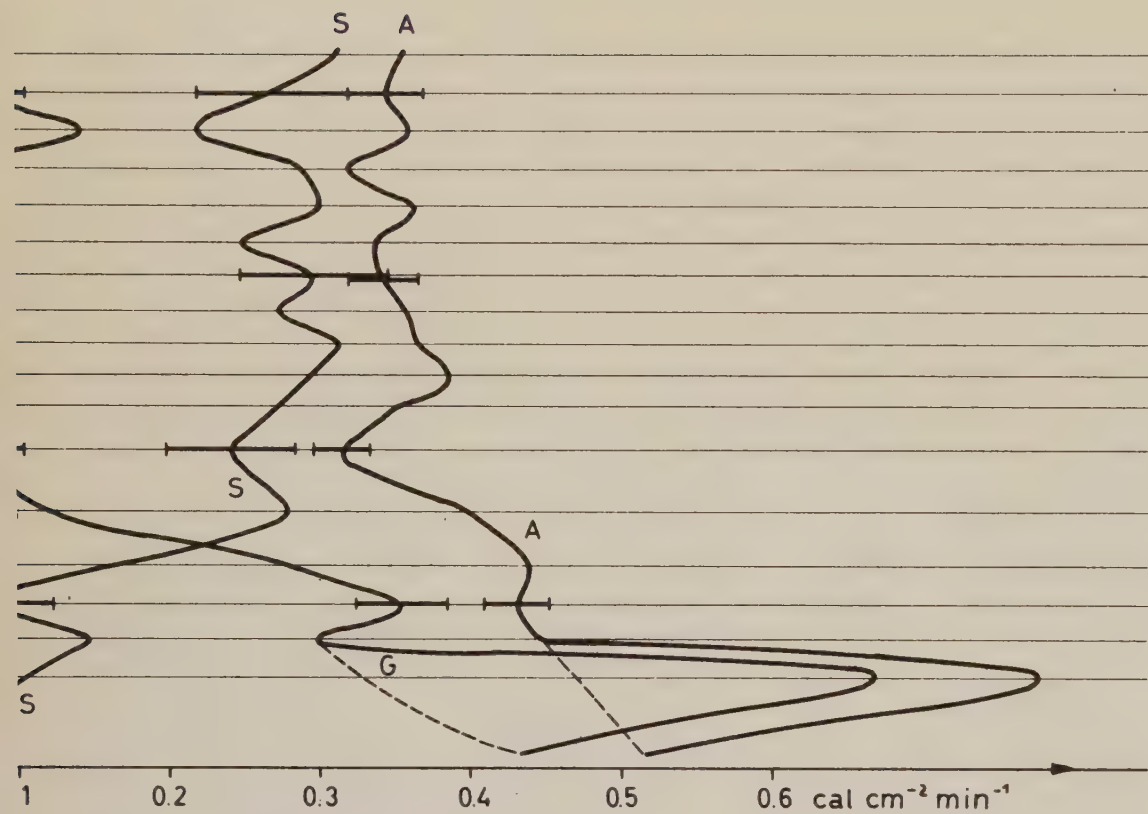
Zahl der ausgewerteten Schichten: 19, davon 2 Bodenschichten

Routineaufstieg: 21.6.61 00.06 MEZ

Im Gegensatz zu allen andern Aufstiegen war in diesem Fall die obere Platte des Goldplattensystems geheizt. Es zeigte sich, daß die Werte erheblich schwanken und die mittleren Fehler recht groß sind, so daß bei den folgenden Aufstiegen die untere Platte des Goldplattensystems geheizt wurde.



- Lufttemperatur gemäß Meßfühler
 - Lufttemperatur gemäß Routineaufstieg derselben Nacht
 - rel. Feuchtigkeit gemäß Routineaufstieg derselben Nacht
 - +— Streubreite (Doppelter Mittlerer Fehler)
- geheizt wurde die obere Goldplatte



Die Gegenstrahlung G, die Ausstrahlung A
und die Strahlungsbilanz S.

5.232 Aufstieg Nr. 2 vom 13.6.62 (Abb. 5)

Tag, Zeit: 13.6.62, 20.23 MEZ

Bodenwerte:

Temperatur: 16,3°C

Rel. Feuchte: 77 %

Druck: 952 mb

Wetter:

Wind: windstill

Wolken: 4/8 ac,as; in allen Richtungen am Horizont im Zenit ci, ci fil

Erreichte Höhe: 382 mb

Zahl der ausgewerteten Schichten: 15, davon 2 Bodenschichten

Routineaufstieg: 14.6.62, 00.00 MEZ

5.233 Aufstieg Nr. 4 vom 22.10.62 (Abb. 6)

Tag, Zeit: 22.10.62, 19.01 MEZ

Bodenwerte:

Temperatur: 1,9°C

Rel. Feuchte: 98 %

Druck: 963 mb

Wetter:

Wind: 2 Kn aus 21°

Wolken: wolkenlos

Sonstige Angaben: Feuchter Dunst

Erreichte Höhe: 81 mb

Zahl der ausgewerteten Schichten: 30, davon 2 Bodenschichten

Routineaufstieg: 23.10.62, 00.00 MEZ

5.234 Aufstieg Nr. 5 vom 3.12.62 (Abb. 7)

Tag, Zeit: 3.12.62, 17.55 MEZ

Bodenwerte:

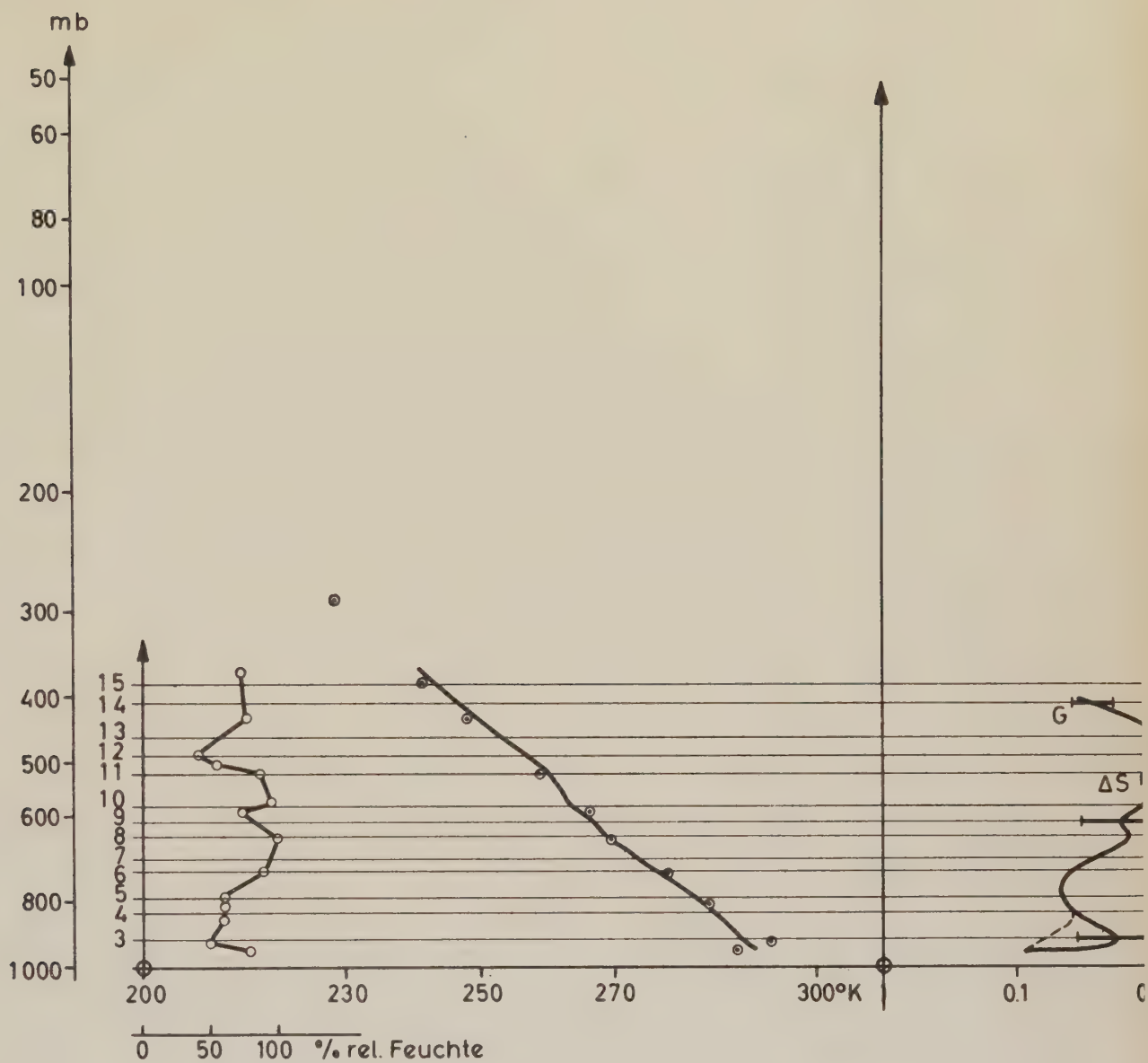
Temperatur: -12,6°C

Rel. Feuchte: 89 %

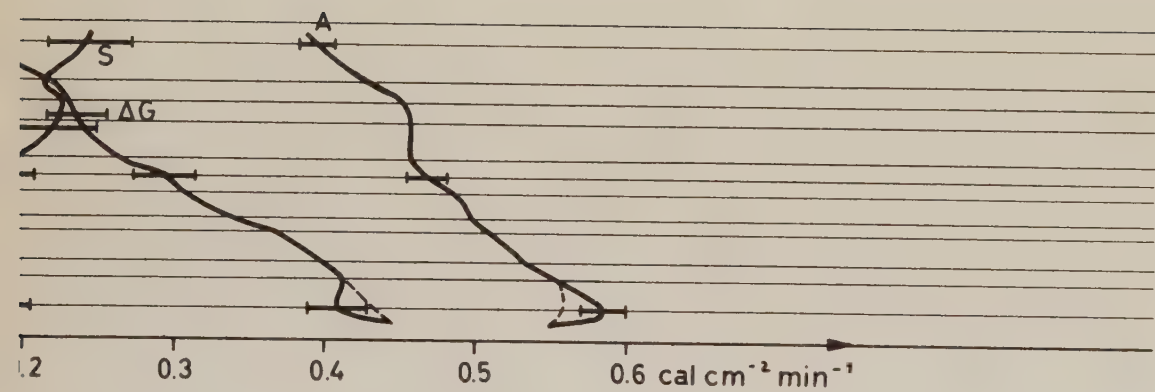
Druck: 967 mb

Wetter:

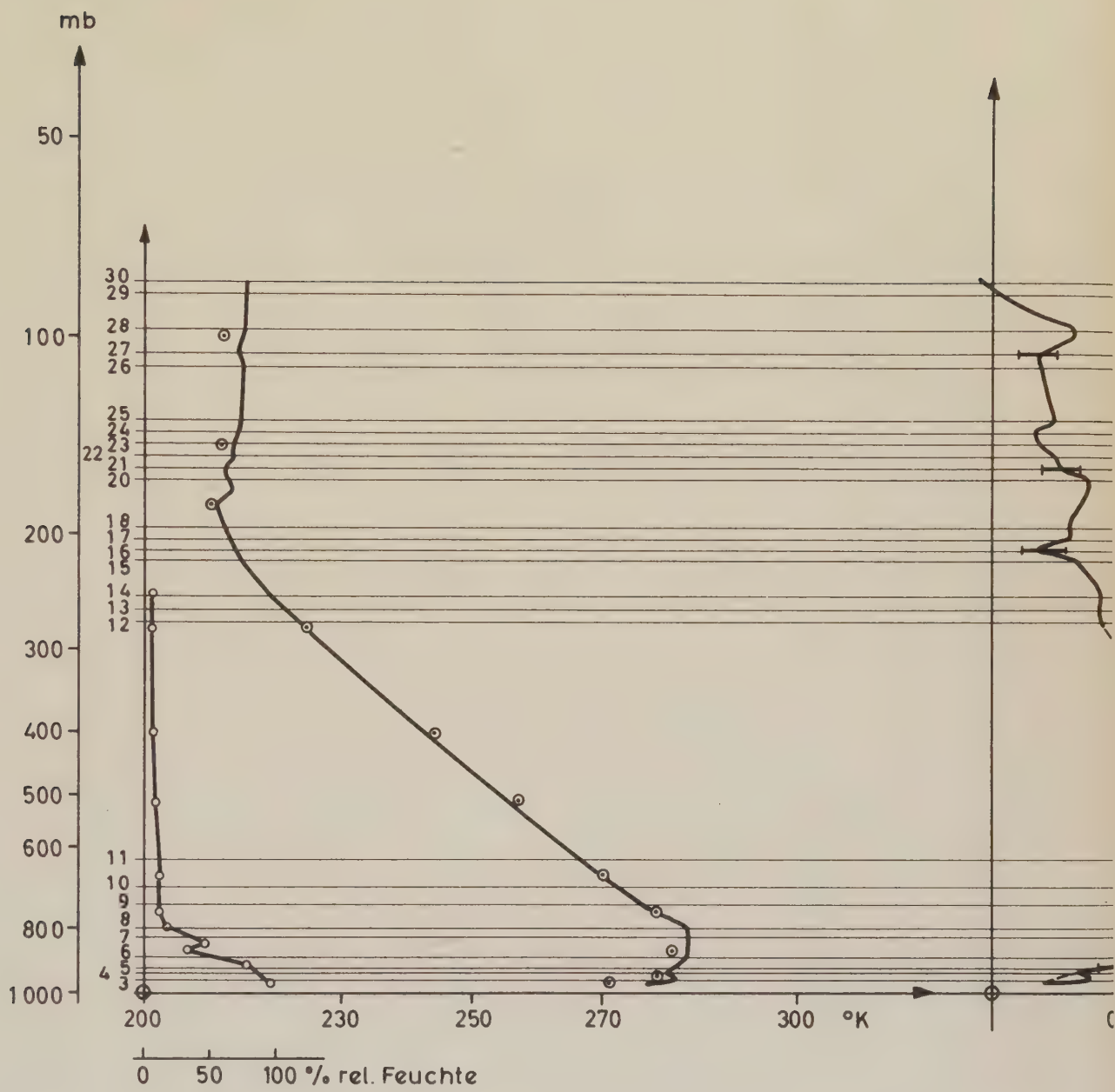
Wind: 1 Kn aus 09°



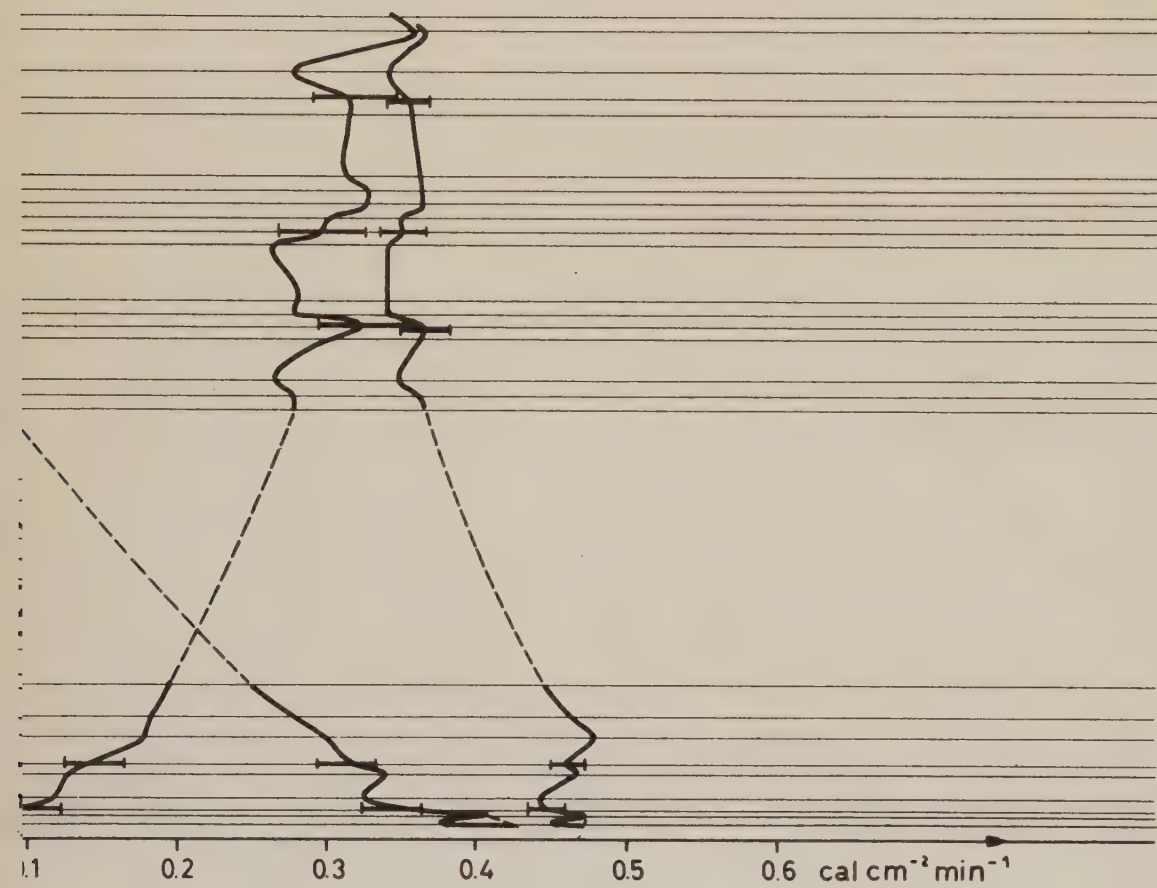
- Lufttemperatur gemäß Meßfühler
- Lufttemperatur gemäß Routineaufstieg derselben Nacht
- relative Feuchtigkeit gemäß Routineaufstieg derselben Nacht
- |— Streubreite (Doppelter Mittlerer Fehler)



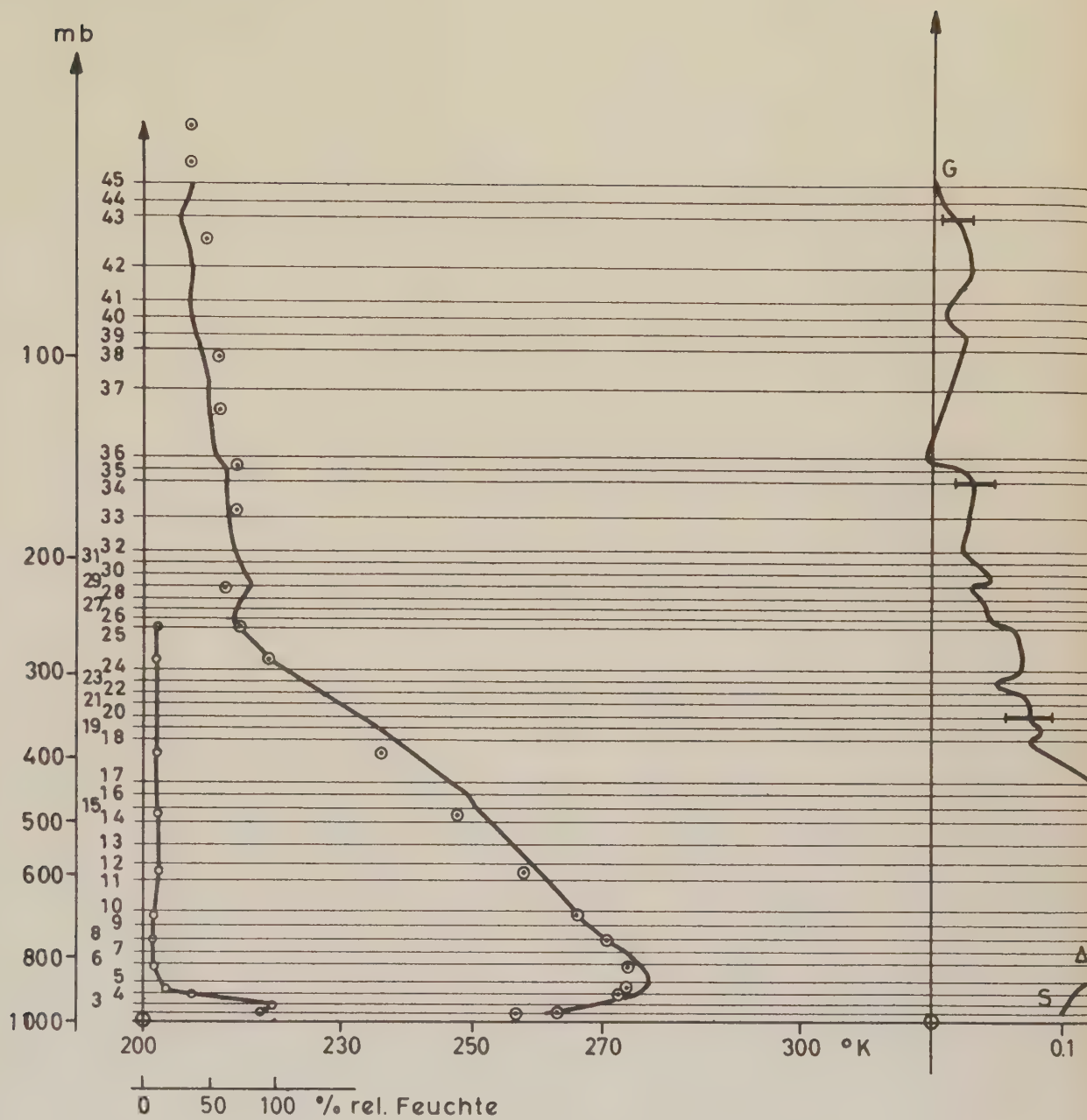
Die Gegenstrahlung G, die Ausstrahlung A und die Strahlungsbilanz S



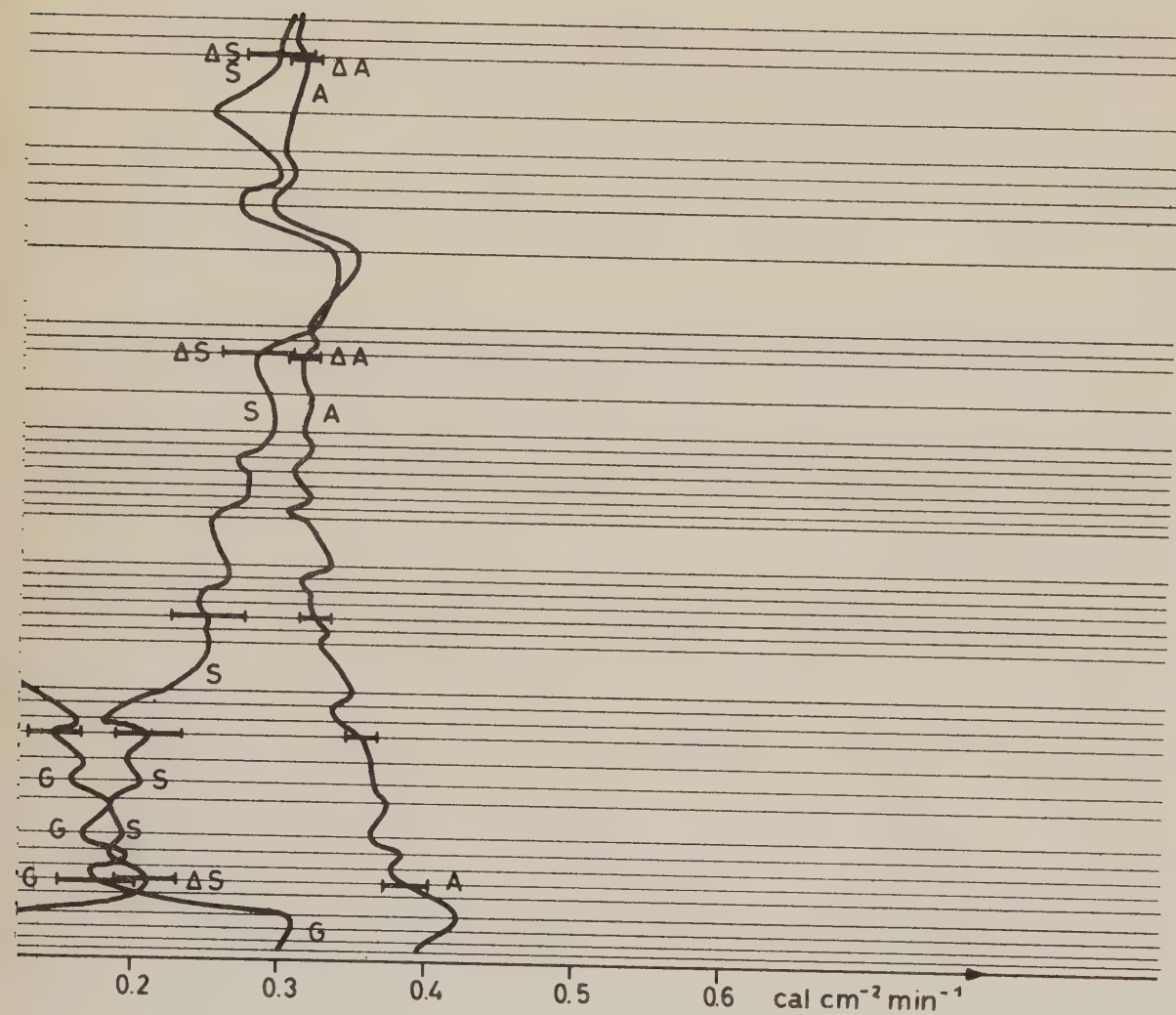
- Lufttemperatur gemäß Meßfühler
- Lufttemperatur gemäß Routineaufstieg derselben Nacht
- rel. Feuchtigkeit gemäß Routineaufstieg derselben Nacht
- |— Streubreite (Doppelter Mittlerer Fehler)



Die Gegenstrahlung G, die Ausstrahlung A und die Strahlungsbilanz S.



- Lufttemperatur gemäß Meßfühler
- Lufttemperatur gemäß Routineaufstieg derselben Nacht
- rel. Feuchtigkeit gemäß Routineaufstieg derselben Nacht
- |— Streubreite (Doppelter Mittlerer Fehler)



Die Gegenstrahlung G , die Ausstrahlung A und die Strahlungsbilanz S .

Wolken: wolkenlos

Sonstige Angaben: Schneedecke

Erreichte Höhe: 52 mb

Zahl der ausgewerteten Schichten: 45, davon 2 Bodenschichten

Routineaufstieg: 4.12.62, 00.00 MEZ

5.235 Aufstieg Nr. 6 vom 1.7.63 (Abb. 8)

Tag, Zeit: 1.7.63, 20.52 MEZ

Bodenwerte:

Temperatur: 18,8°C

Rel. Feuchte: 87 %

Druck: 956 mb

Wetter:

Wind: 5 Kn aus 180°

Wolken: 6/8 cu, Ballon treibt in Wolken

Sonstige Angaben: leichter Regen (einzelne Tropfen)

Erreichte Höhe: 44 mb

Zahl der ausgewerteten Schichten: 42, davon 2 Bodenschichten

Routineaufstieg: 2.7.63, 00.00 MEZ

Bei diesem und dem folgenden Aufstieg war der Heizstrom durch ein transistorisiertes Stabilisationsgerät streng konstant gehalten, da die Vermutung aufgetaucht war, daß der Heizstrom sich während eines Aufstiegs unzulässig stark ändere. Es ergab sich jedoch, daß diese Vermutung nicht stichhaltig war.

5.236 Aufstieg Nr. 7 vom 9.10.63 (Abb. 9)

Tag, Zeit: 9.10.63, 18.56 MEZ

Bodenwerte:

Temperatur: 8,4°C

Rel. Feuchte: 92 %

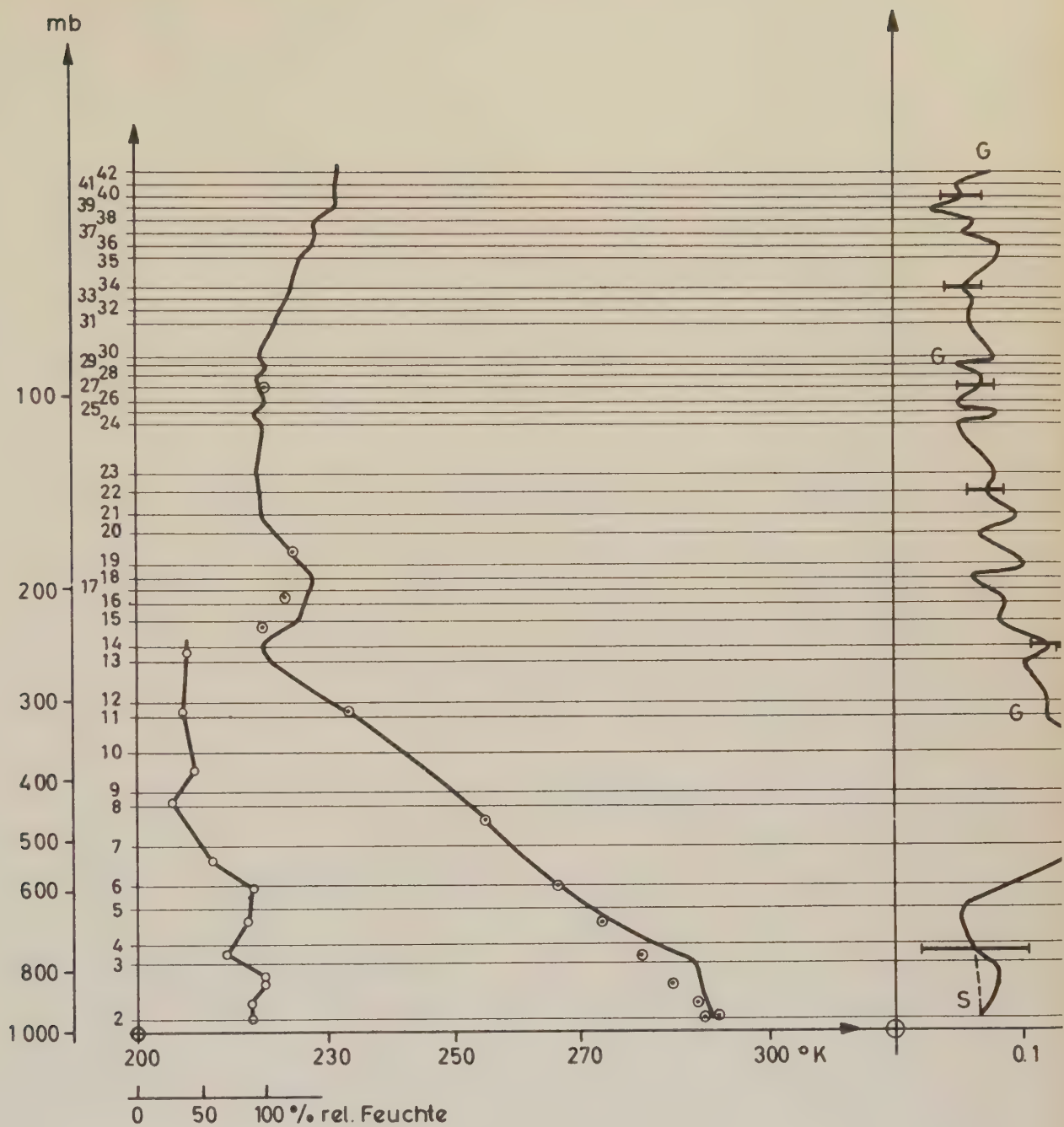
Druck: 967,5 mb

Wetter:

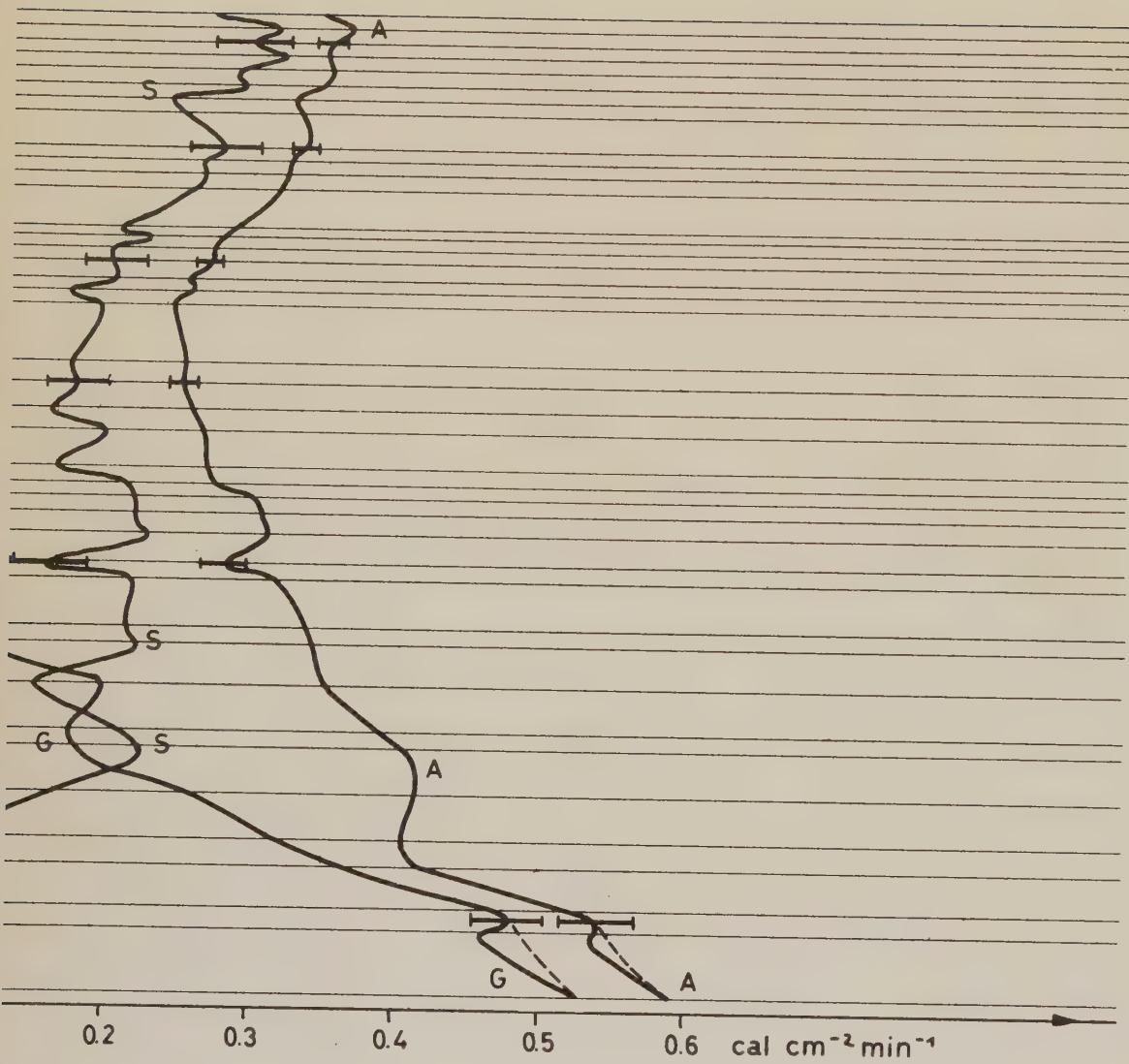
Wind: windstill

Wolken: 4/8 ac, Zenit fast frei

Sonstige Angaben: klar, kein Dunst



- Lufttemperatur gemäß Meßfühler
- ⊙ Lufttemperatur gemäß Routineaufstieg derselben Nacht
- rel. Feuchtigkeit gemäß Routineaufstieg derselben Nacht
- |— Streubreite (Doppelter Mittlerer Fehler)



Die Gegenstrahlung G, die Ausstrahlung A und die Strahlungsbilanz S.

Erreichte Höhe: 400 mb

Zahl der ausgewerteten Schichten: 10. davon 2 Bodenschichten

Routineaufstieg: 10.10.63, 00.00 MEZ

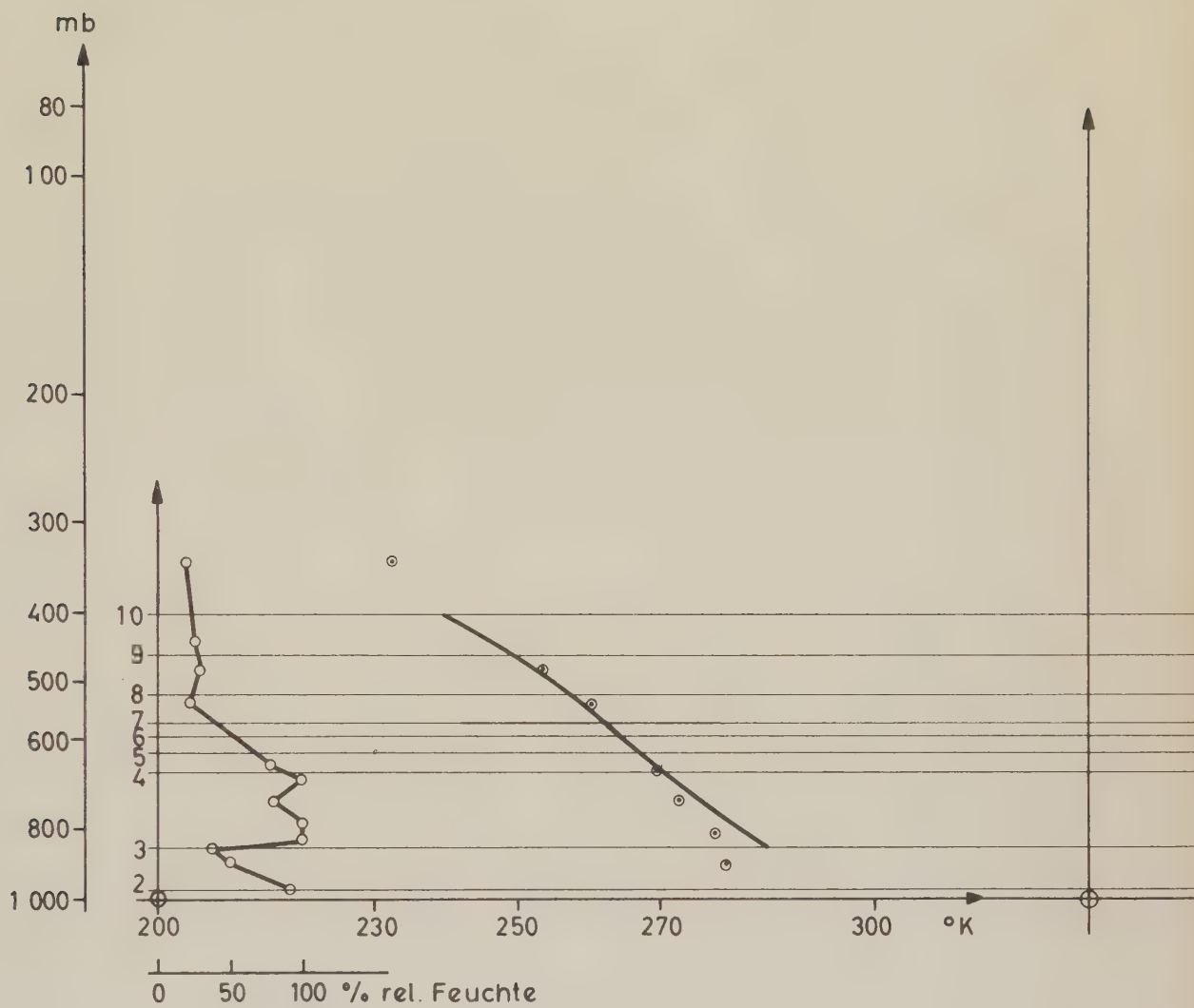
5.3 Diskussion der Ergebnisse

5.31 Allgemeines

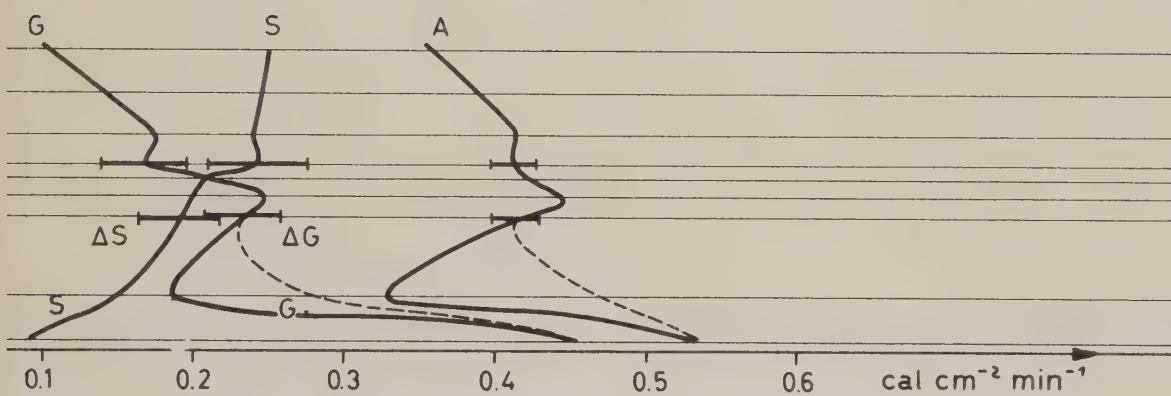
Über die Sicherheit der Aussagen für die einzelnen Schichten läßt sich folgendes sagen: Die Ergebnisse der Bodenschichten sind durchaus von befriedigender Genauigkeit, jedoch interessieren sie im Rahmen dieser Arbeit weniger, da zur Messung dieser Größen an der Bodenoberfläche genauere Methoden zur Verfügung stehen und auch zahlreiche Messungen vorliegen (vgl. [MÖLLER] Ziff. 30 und die dort angegebene Literatur). Die Werte der Aufstiegsschichten außer der ersten und der letzten sind mit dem dargestellten mittleren Fehler behaftet; sie entsprechen der im Rahmen der vorhandenen Möglichkeiten zu erreichenden Genauigkeit. Lediglich die Werte der ersten und letzten Aufstiegsschicht sind erheblich ungenauer, da die Hälfte der hierfür benutzten Temperaturwerte durch Extrapolation ermittelt wurde (vgl. Abs. 4.214). Obwohl es ratsam wäre, diese Werte beiseite zu lassen, wurden sie hier in die graphische Darstellung mit aufgenommen, schon um hieraus resultierende Werte vorzuführen; Folgerungen können jedoch daraus nicht gezogen werden. Gleichzeitig wurden durch eine gestrichelte Linie die Werte der ersten Aufstiegsschicht übergangen.

Grundsätzlich könnte man die Extrapolation der Temperaturen der ersten Aufstiegsschicht vermeiden, indem man zu den Aufstiegstemperaturen noch die Bodentemperaturen hinzunimmt. Allerdings ist dabei zu berücksichtigen, daß der Abstand zwischen der Bodenschicht und der ersten Höhenschicht für jede Temperatur ein anderer ist.

Im folgenden werden die Ergebnisse der Aufstiegsschichten, von der ersten und letzten ausgenommen, betrachtet.



- Lufttemperatur gemäß Meßfühler
- Lufttemperatur gemäß Routineaufstieg derselben Nacht
- rel. Feuchtigkeit gemäß Routineaufstieg derselben Nacht
- Streubreite (Doppelter Mittlerer Fehler)



Die Gegenstrahlung G, die Ausstrahlung A und die Strahlungsbilanz S.

5.32 Die Gegenstrahlung, die Ausstrahlung und die Strahlungsbilanz

Es fällt auf, daß die gemessenen Strahlungswerte stark mit der Höhe schwanken. Dies würde bedeuten, daß dünne Erwärmungs- und Abkühlungsschichten übereinanderlägen. Inwieweit dies jedoch der Wirklichkeit entspricht oder ob diese Erscheinung auf Schwankungen der gemessenen Temperaturen beruht, läßt sich aus den bis jetzt ermittelten Daten nicht entscheiden; denn die Streubreite der Werte ist derart, daß auch ein erheblich glatterer Verlauf der Kurven denkbar wäre. Aus Abb. 3 sieht man, wie empfindlich die Strahlungswerte auf Temperaturänderungen reagieren, so daß in dieser Hinsicht höchstmögliche Meßgenauigkeit anzustreben ist.

Für die Ausstrahlung A kann man theoretisch abschätzen (vgl. [MÖLLER] Ziff. 31), daß sie nach oben hin abnimmt, daß jedoch ihre gesamte Abnahme unter 30 % bleibt. Dies bestätigen die Aufstiege Nr. 1 (Abb. 4), Nr. 3 (Abb. 2), Nr. 4 (Abb. 6) und Nr. 5 (Abb. 7), wobei - im Rahmen der Streubreite - etwa ab der 100 mb-Fläche A ziemlich konstant bleibt, ja sogar eine leichte Neigung zeigt, wieder anzusteigen. Ganz augenfällig tritt diese Erscheinung beim Aufstieg Nr. 6 (Abb. 8) zutage, bei dem A bis 110 mb fällt, um von da an ständig größer zu werden.

Offenbar liegen ab diesem Niveau wieder wärmere strahlende Schichten, was auch durch den Verlauf der Lufttemperatur bestätigt wird. Bei diesem Aufstieg fällt noch auf, daß A um mehr als 50 % vom Anfangswert abnimmt.

Für die Gegenstrahlung G schätzt man ab, daß G mit der Höhe stärker als A abnimmt, weil, im Gegensatz zu A, nicht nur die Temperatur der strahlenden Schichten, sondern auch die strahlende Masse selbst nach oben hin geringer wird (vgl. [MÖLLER] Ziff. 31). Dies wird durch die hier vorliegenden Aufstiege bestätigt. Weiter zeigt sich, daß von der Tropopause an G nur noch äußerst schwach abnimmt, was bedeuten könnte, daß die Hauptursache der Abnahme von G in der Abnahme der Temperatur der strahlenden Schichten zu sehen ist, der Abnahme der Masse dagegen geringere Bedeutung zukommt. Bemerkenswert ist, wie wenig G beim Aufstieg Nr. 6 (Abb. 8) im Gegensatz zu A auf das Ansteigen der Temperatur in der Stratosphäre reagiert. Offenbar sind für die Gegenstrahlung oberhalb der Tropopause im wesentlich bedeutend höher liegende Schichten verantwortlich, wofür auch spricht, daß G in der unteren Stratosphäre im Mittel einen Wert von immerhin $0,05 \text{ cal cm}^{-2} \text{ min}^{-1}$ beibehält.

Da G mit zunehmender Höhe stärker abnimmt als A , ist ein Anwachsen der Strahlungsbilanz S nach oben hin zu erwarten, was auch zumindest bis zur Tropopause durch die hier vorliegenden Aufstiege gut bestätigt wird. Oberhalb der Tropopause wächst S im Mittel nur noch sehr langsam.

In Abb. 2 sind neben den gemessenen Werten G , A und S auch die auf einem Diagrammpapier nach MÖLLER (vgl. [MÖLLER], [MÖLLER 1]) berechneten Werte aufgetragen. Bei A ist eine gute Übereinstimmung von gemessenen und berechneten Werten zu verzeichnen, wogegen bei G festzustellen ist, daß ab etwa 500 mb die berechneten Werte systematisch unter den gemessenen liegen, besonders auffällig in der unteren Stratosphäre, wo die berechneten Werte verschwindend klein werden. Jedoch erlaubt erst eine größere Anzahl von Aufstiegen weitergehende Schlüsse.

Bei der Betrachtung der mittleren Fehler fällt auf, daß diese mit zunehmender Höhe kleiner werden. Allerdings muß darauf hingewiesen werden, daß zur Berechnung dieser Fehler ein von der Höhe unabhängiger mittlerer Fehler aller Temperaturen angenommen wurde.

Die Verringerung des mittleren Fehlers der Strahlungsgröße mit der Höhe dürfte bei schon kleiner Vergrößerung des mittleren Fehlers der Temperatur mit der Höhe aufgehoben sein bzw. sich ins Gegenteil verkehrt haben.

Abschließend soll noch die Empfindlichkeit der Größen G , A und S auf Meßfehler, wie sie in Abb. 3 dargestellt ist, diskutiert werden.

Daß S von γ und T_7 unabhängig ist, läßt sich auch deduktiv herleiten. Dies gilt allerdings nur bei der in dieser Arbeit vorgenommenen Vereinfachung, daß der Mittelwert der Temperaturänderungen aller Platten gebildet wird (vgl. Abs. 2.223). Auch G und A sind nicht allzu stark von γ und T_7 abhängig; bei dieser Beurteilung ist zu beachten, daß die Änderungen dieser Größen auf Abb. 3 von der Größenordnung dieser Größen selbst sind.

In der Reihenfolge A , G , S reagieren die Strahlungsgrößen auf die Absorptionskoeffizienten a_1 und a_2 in immer stärkerem Maße. Während die Abhängigkeit von a_1 unbedenklich erscheint - ein Fehler von 0,1 dürfte in diesem Fall das Äußerste sein -, ist die Abhängigkeit von a_2 zwar bei klarem Himmel auch unwirksam, doch dürfte bei einem Durchgang durch Wolken sich a_2 schon durch einige Tropfen, die sich auf den oberen Platten des MF niederschlagen, um mehr als um 10 % erhöhen, was,

wie aus Abb. 3 ersichtlich, nicht ohne weiteres vernachlässigt werden kann. Beachtenswert ist noch, daß die Abhängigkeit von a_1 und a_2 mit zunehmender Höhe zunimmt, was sich bei allen im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Aufstiegen, also nicht nur bei Aufstieg Nr. 3, nachweisen läßt.

Die Abhängigkeit der Strahlungsgrößen von den Temperaturen ist erheblich, sie wächst in der Reihenfolge $T_0, T_2, T_1, T_4, T_3, T_6, T_5$, wobei die Abhängigkeit von keiner Plattentemperatur klein ist. Die Steigerung der Genauigkeit der Temperaturmessung dürfte die größten Erfolge bei der Messung nach dem hier beschriebenen Verfahren bringen.

Bei der Abhängigkeit der Strahlungsgrößen von H ist interessant, daß sie auch in diesem Fall, wie bei der Abhängigkeit von a_1 und a_2 , mit zunehmender Höhe wächst. Damit sie vernachlässigt werden kann, sollte die Heizung während eines Aufstiegs um nicht mehr als um 3 % sich ändern.

5.33 Sonstige Größen

Abb. 1 bringt neben der Lufttemperatur das Mittel der zeitlichen Änderungen der sechs Plattentemperaturen und die sechs Plattentemperaturen selbst. Bei der zeitlichen Temperaturänderung fällt auf, daß sie oberhalb der Tropopause stets positiv ist, obwohl die Lufttemperatur teilweise wieder fällt. Aus der Darstellung der Plattentemperaturen läßt sich ersehen, daß im Mittel die Plattentemperaturen bis zur Tropopause im Vergleich zur Lufttemperatur ansteigen, dann sich aus Trägheitsgründen der Lufttemperatur nähern, um kurz danach sich wieder von der Lufttemperatur zu entfernen.

Die Darstellung der Wärmeübergangszahlen Meßfühler-Luft α_A und α_G auf Abb. 2 zeigt, wie zu erwarten war, einen Unterschied zwischen der Luv- und Leeseite; dieser ergibt sich als recht konstant und beträgt im Mittel $0,02 \text{ cal cm}^{-2} \text{ min}^{-1} \text{ grad}^{-1}$. Es wäre durchaus mit den gefundenen mittleren Fehlern verträglich, diesen Unterschied auch in den untersten Aufstiegsschichten anzunehmen.

Die internen Wärmeübergangszahlen β und ζ erweisen sich innerhalb der Meßgenauigkeit als praktisch unabhängig von der Höhe. Daß fast durchweg $\zeta > 0$ ist, zeigt, daß der Wärmeübergang von der unteren Platte zur oberen Platte eines Plattensystems größer als umgekehrt ist, wofür

ein Grund nicht ohne weiteres einzusehen ist (vgl. Abs. 2.222). Auf diese Problematik soll jedoch nur hingewiesen werden, auch hier kann erst Genaueres gesagt werden, wenn weitere Aufstiege vorliegen.

5.4 Ausblick auf die Strahlungsmessung bei Vorhandensein von Wolken

Als der in dieser Arbeit benutzte Meßfühler entwickelt wurde, geschah dies nicht zu dem Zweck, die Größen A, G und S bei klarem Wetter zu messen; hierfür lag, zumindest was die Größe S angeht, in dem von MÜLLER und POHL entwickelten Meßfühler ein bewährtes Meßinstrument vor (vgl. [MÜLLER] , [MÜLLER 1] , [POHL]).

Auch mit dem Meßfühler zu drei Platten sollte S gemessen werden, allerdings sollte im Unterschied zum Pohlschen Meßfühler mit ihm noch festgestellt werden, ob das Meßresultat durch Verdunstung gefälscht war oder nicht. Erst im Laufe der durchgeführten Untersuchungen stellte es sich heraus, daß die Informationsmenge, die dieser Meßfühler lieferte, bedeutend größer als erwartet war, so daß, wie in dieser Arbeit ausgeführt, neben S noch A, G und andere Größen bestimmt werden konnten.

Hier soll nun noch kurz untersucht werden, welche Möglichkeiten bestehen, den hier beschriebenen Meßfühler bei Auftreten von Verdunstung auf den oberen Platten einzusetzen.

Es kann nicht Aufgabe des Meßfühlers sein, die Strahlungsgrößen innerhalb einer Wolke zu messen, denn in einer Wolke herrscht Schwarzstrahlung; es genügt also, die Temperatur innerhalb einer Wolke zu kennen. Andererseits können die Meßergebnisse, wenn sich der Meßfühler in einer Wolke befindet, nicht mehr nach der in Absatz 4 gebrachten Methode ausgewertet werden, da in diesem Fall davon ausgegangen werden muß, daß sich auf den oberen Platten der Plattensysteme Tröpfchen niederschlagen, was zu einem weiteren Term in dem Energiebilanzgleichungssystem des Meßfühlers führt (vgl. Abs. 2.24).

Um den Verdunstungseinfluß zu eliminieren, bieten sich grundsätzlich zwei Verfahren an. Das erste Verfahren begnügt sich damit, festzustellen, ob Verdunstung vorliegt. Sollte durch weitere Aufstiege bei klarem Wetter bestätigt werden können, daß

$$\alpha_G - \alpha_A = \text{const}$$

ist, so dürfte sich const als Maß für das Auftreten von Verdunstung

gut eignen; const wäre jeweils den Stratosphärenschichten zu entnehmen, da für diese ein Verdunstungsterm im Energiebilanzgleichungssystem nicht in Frage kommt; größere Abweichungen von const innerhalb der Troposphäre werden entsprechend als Verdunstungseinfluß interpretiert. Liegt Verdunstungseinfluß vor, so werden die entsprechenden Meßergebnisse ausgelassen.

Das zweite Verfahren führt die Verdunstung W als neue Unbekannte in das Energiebilanzgleichungssystem ein und errechnet die Strahlungsgrößen aus diesem Gleichungssystem.

Wie schon in Absatz 2.24 gezeigt, führt ein Durchgang des Meßfühlers durch Wolken zumindest zu einem weiteren unbekannten Term W (vgl. Abs. 2.24), so daß ein System von 6 Gleichungen mit 7 Unbekannten vorliegt. Des weiteren läßt sich nicht übersehen, daß der Absorptionskoeffizient der oberen Goldplatte des Meßfühlers, der bei Aufstiegen bei klarem Wetter mit dem Absorptionskoeffizienten der unteren Goldplatte α_2 übereinstimmt (vgl. Abs. 2.12), beim Durchgang des Meßfühlers durch Wolken sich dadurch ändert, daß sich Tröpfchen auf der Platte niederschlagen.

Zur Elimination der Strahlungsgrößen aus dem Energiebilanzgleichungssystem auch beim Durchgang durch Wolken bieten sich zwei Verfahren an, wobei beim einen eine leichte technische Modifikation des Meßfühlers erforderlich ist.

Das erste Verfahren nimmt an, daß die Veränderung des Absorptionskoeffizienten der oberen Goldplatte durch Tröpfchen vernachlässigbar ist, d.h., es ist von Gleichung 2.24 (1) auszugehen, wobei eine der Größen α_A , α_G , β oder ζ zu ersetzen wäre. Hierfür geeignete Möglichkeiten wären:

$$(1) \quad \begin{aligned} \zeta &= \text{const} \\ \beta &= \text{const} \\ \alpha_A &= \alpha_G - \text{const} \end{aligned}$$

const wäre jeweils aus den Meßwerten der Stratosphäre nach dem in Abs. 4 dargestellten Verfahren zu bestimmen, weil für diese Schichten ein Verdunstungsterm nicht in Frage kommt. Welches der drei angegebenen Verfahren das günstigste wäre, könnte durch die Errechnung der Ableitungen der Strahlungsgrößen nach den in Gleichung (1) vorkommenden Konstanten festgestellt werden.

Im zweiten Verfahren wird die obere Goldplatte des Plattensystems III (vgl. Abs. 2.12) durch eine schwarze Platte mit dem Absorptionskoeffi-

zienten a_1 ersetzt, wodurch die Wirkung von Wassertröpfchen auf die Absorptionskoeffizienten der oberen Platten vernachlässigbar wird. Die Auswertung gestaltet sich wie beim ersten Verfahren, wobei nur in Gleichung 2.24 (1) das $a_2 G$ in der 5. Gleichung des Gleichungssystems in $a_1 G$ zu ändern ist. Es ist selbstverständlich, daß bei dem zweiten Verfahren die Empfindlichkeit gegenüber Meßfehlern im Gegensatz zu dem in dieser Arbeit behandelten Verfahren bedeutend größer ist.

6. Schlußbetrachtungen

In dieser Arbeit wurde ein Verfahren entwickelt, das es erlaubt, durch direkte Messung in der freien Atmosphäre die Gegenstrahlung G , die Ausstrahlung A und die Strahlungsbilanz S zu bestimmen. Dadurch, daß bei diesem Verfahren die Auswertung der Ergebnisse mittels elektronischer Datenverarbeitungsanlagen erfolgt, konnte die durch die Messung erhaltene Informationsmenge voll ausgeschöpft werden, insbesondere konnte neben den zu bestimmenden Größen ihre Abhängigkeit von den Meßwerten ermittelt werden. Die bei diesem Verfahren zusätzlich ermittelten Wärmeübergangszahlen können zu Untersuchungen über die Abhängigkeit dieser Größen von Luftdruck und Aufstiegsgeschwindigkeit herangezogen werden.

Ein unbestreitbarer Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, daß zur Auswertung der Meßergebnisse keinerlei Annahmen über den Einfluß von Luftdruck und Wind auf den Meßfühler notwendig sind. Die vor dem Aufstieg im Prinzip erforderlichen Laboruntersuchungen beschränken sich auf die Absorptionskoeffizienten, die Meßfühlerheizung sowie auf die Temperatureichung des Meßfühlers. Ein weiterer Vorteil besteht darin, daß die Aufstiege schnell und ohne großen Arbeitsaufwand ausgewertet werden können; auch besteht die Möglichkeit, die an mehreren Stellen unabhängig voneinander ausgeführten Aufstiege zentral auszuwerten, was für die Zentrale zu keiner Mehrbelastung führt.

Es mögen noch einige Anregungen gestattet sein:

Aus technischen Gründen wurden im Rahmen dieser Arbeit die durch Eichung und Aufstieg erhaltenen Meßergebnisse mittels eines Blattschreibers auf Papier aufgezeichnet (vgl. Absatz 3.23), dann abgelesen, um danach auf den Datenträger einer Rechenanlage übertragen zu werden. Diese manuellen Zwischenarbeiten, die - ganz abgesehen von dem

dadurch anfallenden Arbeitsaufwand - immer wieder zu Fehlern führten, könnten vermieden werden, wenn die Meßergebnisse mittels eines Frequenzzählers direkt auf den Datenträger übertragen würden; neben der technischen Realisation wäre auch eine unwesentliche Änderung des in Absatz 4 gebrachten Programms notwendig, da in das Programm auf Grund des Frequenzzählers die Meßergebnisse als Werte eingehen, die umgekehrt proportional zur Meßfrequenz sind, während bisher Werte gemessen wurden, die proportional zur Meßfrequenz waren. Auf diese Weise käme die Auswertung der Meßergebnisse ohne direkten menschlichen Eingriff zustande, wodurch die Schnelligkeit und die Sicherheit der Auswertung erheblich gesteigert werden könnten.

Eine naheliegende Erweiterung des hier behandelten Meßfühlers zu dem Zweck, die Messung der Strahlungsgrößen G, A und S vom Vorhandensein von Wolken unabhängig zu machen, besteht darin, die 3 Plattensysteme des in dieser Arbeit benutzten Meßfühlers um 1 Plattensystem, IV der Temperaturen T_7 und T_8 zu erweitern. Die Plattensysteme III und IV sind gleich gestaltet; ihre oberen Platten stimmen mit den Platten der Platten I und II überein, ihre unteren Platten tragen einen Goldüberzug mit einem Absorptionskoeffizienten nahe an Null. Der Unterschied besteht darin, daß beim einen Plattensystem die obere, beim anderen die untere Platte geheizt wird. Voraussetzung für diese Meßmethode ist allerdings, daß die Temperaturen der Meßfühlerplatten schneller als bisher abgefühlt werden könnten.

Zur Auswertung der Meßwerte dieses Meßfühlers ergibt sich ein lineares Gleichungssystem 8. Grades mit 7 Unbekannten:

$$\alpha_1 G - \alpha_G \Delta_{10} + \beta \Delta_{21} - \zeta \Delta_{21} - W = \alpha_1 \sigma T_1^4 + \gamma T_t - H$$

$$\alpha_1 A - \alpha_A \Delta_{20} - \beta \Delta_{21} - \zeta \Delta_{21} = \alpha_1 \sigma T_2^4 + \gamma T_t$$

$$\alpha_1 G - \alpha_G \Delta_{30} + \beta \Delta_{43} - \zeta \Delta_{43} - W = \alpha_1 \sigma T_3^4 + \gamma T_t$$

$$\alpha_1 A - \alpha_A \Delta_{40} - \beta \Delta_{43} - \zeta \Delta_{43} = \alpha_1 \sigma T_4^4 + \gamma T_t - H$$

$$\alpha_1 G - \alpha_G \Delta_{50} + \beta \Delta_{65} - \zeta \Delta_{65} - W = \alpha_1 \sigma T_5^4 + \gamma T_t$$

$$\begin{aligned}
\alpha_2 A - \alpha_A \Delta_{60} - \beta \Delta_{65} - \zeta \Delta_{65} &= \alpha_2 \sigma T_6^4 + \gamma T_t - H \\
\alpha_1 G - \alpha_G \Delta_{70} + \beta \Delta_{87} - \zeta \Delta_{87} - W &= \alpha_1 \sigma T_7^4 + \gamma T_t - H \\
\alpha_2 A - \alpha_A \Delta_{80} - \beta \Delta_{87} - \zeta \Delta_{87} &= \alpha_1 \sigma T_8^4 + \gamma T_t
\end{aligned}$$

wobei gilt:

$$T_t = \frac{1}{8} \sum_{\mu=1}^8 \frac{\partial T_{\mu}}{\partial t}$$

Dieses Gleichungssystem ist überbestimmt, was von großem Vorteil ist, da dadurch Meßfehler ausgeglichen werden können. Aus diesem Gleichungssystem wird mittels der Methoden der Ausgleichsrechnung (vgl. [ZURMÜHL] V § 2) ein Normalgleichungssystem 7. Grades mit 7 Unbekannten gebildet. Allerdings ist darauf zu achten, daß die Meßgrößen bezüglich des Gleichungssystems implizite Größen sind, was entsprechend berücksichtigt werden muß. Aus dem Normalgleichungssystem werden die Unbekannten wie üblich errechnet, auch die Errechnung der mittleren Fehler gestaltet sich zwar umständlich, doch ohne prinzipielle Schwierigkeiten. Für Bereiche, für die eine Verdunstung ausgeschlossen werden kann, wird von dem ursprünglichen Gleichungssystem 8. Grades auf ein Normalgleichungssystem 6. Grades übergegangen, wodurch die Meßfehler in erhöhtem Maße ausgeglichen werden.

Diese Hinweise mögen die hier vorliegende Arbeit beschließen.

Dr.rer.nat. Edgar NEUBURGER, München-Feldmoching

7. Schrifttum

- [BOCHENSKI] : BOCHENSKI, I.M. u. MENNE, A.: Grundriß der Logistik, Paderborn, 1962
- [BRÜGEL] : BRÜGEL, W.: Physik und Technik der Ultrarotstrahlung, Hannover, 1961
- [ECKERT] : ECKERT, E.: Einführung in den Wärme- und Stoffaustausch, Springer, 1949
- [JOOS] : JOOS, G.: Lehrbuch der theoretischen Physik, Leipzig, 1956
- [LORENZEN] : LORENZEN, P.: Formale Logik, Berlin, 1962
- [MANGOLDT-KNOPP] : v. MANGOLDT, H. und KNOPP, K.: Einführung in die höhere Mathematik, Stuttgart, 1948
- [MICHEJEV] : MICHEJEV, M.A.: Grundlagen der Wärmeübertragung, Berlin, 1962
- [MÖLLER] : MÖLLER, F.: Strahlung in der unteren Atmosphäre, in Handbuch der Physik, herausgeg. d. S. Flügge, Bs. XLVIII, Springer, 1957
- [MÖLLER 1] : MÖLLER, F.: Das Strahlungsdiagramm, Reichsamt für Wetterdienst, Berlin, 1943
- [MÜLLER] : MÜLLER, H.G. und POHL, W.: Messungen des infraroten Strahlungsstromes in der freien Atmosphäre. Bayer. Akad. d. Wissensch. Mathem. Naturwiss. Klasse Sitzungsber., 1955, S.303 (1956)
- [MÜLLER 1] : MÜLLER, H.G.: Radiation measurements in the free atmosphere during the IGY and the IGC. Annals of the IGY volume 32 meteorology, S.71 (1964)
- [POHL] : POHL, W.: Messungen des infraroten Strahlungsstromes in der freien Atmosphäre, Zsch. f. Geophysik, Heft 1, 1956
- [POHL 1] : POHL, R.W.: Mechanik, Akustik und Wärmelehre, Berlin, 1955
- [SCHMIDT] : SCHMIDT, E.: Einführung in die Technische Thermodynamik, Berlin, 1945
- [THÜRING] : THÜRING, B.: Einführung in die Methoden der Programmierung kaufmännischer und wissenschaftlicher Probleme für elektronische Rechenanlagen, 1. Teil: Die Logik der Programmierung, Baden-Baden, 1957
- [ZURMÜHL] : ZURMÜHL, R.: Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker, Springer, 1953

L e b e n s l a u f

Am 4. April 1935 wurde ich in Ludwigshafen/Rhein als Sohn des Rechtsanwaltes August Neuburger und seiner Ehefrau Hilde geb. Merz geboren. Nach Besuch der Volksschulen in Mannheim und Baiertal bei Heidelberg, des Realgymnasiums in Wiesloch und der Humanistischen Gymnasien in Karlsruhe, St. Blasien und Rastatt legte ich im Frühjahr 1954 in Rastatt die Reifeprüfung ab. Anschließend studierte ich Mathematik an der Universität Heidelberg, wo ich im Frühjahr 1957 das Vordiplom in Mathematik bestand. Nach einem Semester in Freiburg (Schweiz) studierte ich an der Ludwig-Maximilians-Universität zu München Mathematik und Naturwissenschaften. Ich hörte Vorlesungen u.a. bei G. Aumann, F. Bopp, A. Faessler, W. Heisenberg, G. Hofmann, H. Koppe, G. Lüders, F. Möller, H.G. Müller, H. Richter, W. Rollwagen, A. Schlüter, G.M. Schwab und K. Stein. Im Sommer 1960 bestand ich nach einer Arbeit "Über Methoden zur Lösung der Zweibahngleichung", die ich unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. F. Bopp durchführte, das Diplom in Physik. Im Herbst desselben Jahres begann ich unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. H.G. Müller mit meiner Doktorarbeit.

